

Übungen zur Vorlesung
Logische Methoden des Software Engineerings

Wintersemester 2018/2019

Übungsblatt Nr. 4

Abgabetermin: keine Abgabe

Lesen Sie das Kapitel 3 aus Sørensen, Morten Heine B., Urzyczyn, Paweł: Lectures on the Curry-Howard Isomorphism, 1998bis zum Kapitelende.

Aufgabe 1 (Erweiterte Polynome)

(0 Punkte)

1. Zeigen Sie, dass die folgende Funktion $\lambda \rightarrow$ definierbar ist:

$$\text{sg} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \text{ mit } \text{sg}(n) = \begin{cases} 0 & \text{falls } n = 0 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

2. Geben Sie ein erweitertes Polynom an, das der folgenden Funktion entspricht:

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \text{ mit } f(n) = \begin{cases} 7 & \text{falls } n = 0 \\ 9 & \text{sonst} \end{cases}$$

3. Geben Sie ein erweitertes Polynom an, das der folgenden Funktion entspricht:

$$g : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N} \text{ mit } g(n, m) = \begin{cases} 3 & \text{falls } n = 0 \text{ und } m = 0 \\ 15 & \text{falls } n \neq 0 \text{ und } m \neq 0 \\ 10 & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 2 (Subjekt Reduktion für \rightarrow_β)

(0 Punkte)

Führen Sie einen formalen Beweis des Subjekt Reduktions Lemmas für \rightarrow_β (Korrolar 3.1.11 aus Lectures on the Curry-Howard Isomorphism) durch.

Korrolar: Wenn $\Gamma \vdash M : \sigma$ und $M \rightarrow_\beta N$ gilt, dann gilt $\Gamma \vdash N : \sigma$.

Aufgabe 3 (Natürliche Deduktion)

(0 Punkte)

Geben Sie natürliche Deduktionsbeweise der Formeln

1. $\vdash \perp \rightarrow p$
2. $\vdash p \rightarrow \neg\neg p$
3. $\vdash \neg\neg\neg p \rightarrow \neg p$

4. $\vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
5. $\vdash (\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$
6. $\vdash ((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$
7. $\vdash \neg\neg(p \vee \neg p)$

aus Beispiel 2.1.1 aus Lectures on the Curry-Howard Isomorphism (entspricht Aufgabe 2.7.3 aus Sørensen, Morten Heine B., Urzyczyn, Paweł: Lectures on the Curry-Howard Isomorphism, 1998).

Aufgabe 4 (λ -Terme)

(0 Punkte)

Geben Sie entsprechende Λ_{Π} -Terme für die folgenden Typen an:

1. $p \rightarrow q \rightarrow p$
2. $(p \rightarrow q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow p \rightarrow r$
3. $p \rightarrow \neg\neg p$
4. $\neg\neg\neg p \rightarrow \neg p$
5. $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

Hinweis: Nutze $\neg p \equiv p \rightarrow \perp$.