

Übungen zur Vorlesung  
Logische Methoden des Software Engineerings

Wintersemester 2017/2018

Übungsblatt Nr. 5

Abgabetermin: 15.11.2017, 14:00 Uhr

Gemeinsame Abgaben von Gruppen bis zu 4 Personen sind möglich.

08.11.2017

Lesen Sie das Kapitel 3 aus Sørensen, Morten Heine B., Urzyczyn, Paweł: Lectures on the Curry-Howard Isomorphism, 1998, S. 41–51.

**Aufgabe 1 (Subterm Eigenschaft (Subterm Property))**

(2 Punkte)

Ein Typsystem  $\vdash$  hat die Subterm Eigenschaft (Subterm Property), wenn für jeden Term  $M$  und jeden Subterm  $N$  von  $M$  gilt:

$$\exists \Gamma, \sigma. \Gamma \vdash M : \sigma \implies \exists \Gamma', \sigma'. \Gamma' \vdash N : \sigma'$$

Zeigen Sie, dass  $\lambda^\rightarrow$  die Subterm Eigenschaft hat.

**Aufgabe 2 (Untypisierbare Terme)**

(2 Punkte)

Zeigen Sie, dass die folgenden  $\lambda$ -Terme keine Type in  $\lambda \rightarrow$  à la Curry haben.

1.  $\lambda x.x x$
2.  $\Omega$
3.  $\mathbf{Y}$
4.  $c_2 \mathbf{K}$

(Aufgabe entspricht 3.6.1 im Buch Sørensen, Morten Heine B., Urzyczyn, Paweł: Lectures on the Curry-Howard Isomorphism, 1998.)

**Aufgabe 3 (Typisierung von Termen)**

(3 Punkte)

Geben sie formale Beweise (Deduktionen) für die drei Aussagen aus Beispiel 3.1.2 aus dem Buch Sørensen, Morten Heine B., Urzyczyn, Paweł: Lectures on the Curry-Howard Isomorphism, 1998 an. Zeigen Sie also, dass die folgenden Aussagen gelten:

1.  $\vdash \lambda x.x : \sigma \rightarrow \sigma$
2.  $\vdash \lambda xy.x : \sigma \rightarrow \tau \rightarrow \sigma$
3.  $\vdash \lambda xyz.xz(yz) : (\sigma \rightarrow \tau \rightarrow \rho) \rightarrow (\sigma \rightarrow \tau) \rightarrow \sigma \rightarrow \rho$

**Aufgabe 4 (Subject expansion)**

(2 Punkte)

Subject expansion für ein Typsystem  $\vdash$  ist die folgende Eigenschaft:

$$(\Gamma \vdash N : \sigma \wedge M \rightarrow_\beta N) \implies (\Gamma \vdash M : \sigma)$$

Zeigen Sie, dass die Subject expansion Eigenschaft für  $\lambda^\rightarrow$  *nicht* gilt.