

Übungen zur Vorlesung
Logische Methoden des Software Engineerings

Wintersemester 2015/2016

Übungsblatt Nr. 9

Abgabetermin: 19.01.2016, 10:00 Uhr

Aufgaben(teile) mit der Markierung $\boxed{\star}$ sind Zusatzaufgaben.

Gemeinsame Abgaben von Gruppen bis zu 4 Personen sind möglich.

12.01.2016

Aufgabe 1 (Lemma 2.3.2)

(3 Punkte)

Beweisen Sie das folgende Lemma 2.3.2 (S. 35) aus dem Curry-Howard Isomorphismus Buch.

Lemma: In einem Verband sind die folgenden Aussagen äquivalent:

1. $a \leq b$;
2. $a \sqcap b = a$;
3. $a \sqcup b = b$.

Aufgabe 2 (Lemma 2.3.4)

(4 Punkte)

Beweisen Sie das folgende Lemma 2.3.4 (S. 35) aus dem Curry-Howard Isomorphismus Buch.

Lemma: Die folgenden Gleichungen sind in einem Verband gültig:

1. $a \sqcup a = a$ und $a \sqcap a = a$;
2. $a \sqcup b = b \sqcup a$ und $a \sqcap b = b \sqcap a$;
3. $(a \sqcup b) \sqcup c = a \sqcup (b \sqcup c)$ und $(a \sqcap b) \sqcap c = a \sqcap (b \sqcap c)$;
4. $(a \sqcup b) \sqcap a = a$ und $(a \sqcap b) \sqcup a = a$.

Aufgabe 3 (Aussage in Beweis 2.3.11)

(1 Punkte)

Beweisen Sie durch Induktion (s. Beweis zu Theorem 2.3.11 (S. 37) aus dem Curry-Howard Isomorphismus Buch) die Aussage, daß für alle Formeln ψ gilt: $\llbracket \psi \rrbracket_w = 1$ genau dann wenn $x \in \llbracket \psi \rrbracket_v$.

Aufgabe 4 (Lemma 2.4.4)

(2 Punkte)

Beweisen Sie das folgende Lemma 2.4.4 (S. 39) aus dem Curry-Howard Isomorphismus Buch.

Lemma: In jeder Heyting Algebra ist:

1. $a \leq b \Rightarrow c$ ist äquivalent zu $a \sqcap b \leq c$;
2. $a \leq b$ ist äquivalent zu $a \Rightarrow b = 1$.