Dr. Boris Düdder, MSc. Jan Bessai, MSc. Andrej Dudenhefner

Übungen zur Vorlesung

Logische Methoden des Software Engineerings

Wintersemester 2015/2016

Übungsblatt Nr. 5

Abgabetermin: 08.12.2015, 10:00 Uhr

Aufgaben(teile) mit der Markierung $\boxed{\star}$ sind Zusatzaufgaben.
Gemeinsame Abgaben von Gruppen bis zu 4 Personen sind möglich. 01.12.2015

Aufgabe 1 (Beweis des Generationslemmas) (2 Punkte)
Führen Sie einen formalen Beweis des Generationslemmas (Lemma 3.1.6 aus Lectures on the Curry-Howard Isomorphism).
Lemma (Generation Lemma):

- Aus $\Gamma \vdash x : \sigma$ folgt $x : \sigma \in \Gamma$.
- Wenn $\Gamma \vdash M\ N : \sigma$ gilt, dann existiert ein Typ τ mit $\Gamma \vdash M : \tau \to \sigma$ und $\Gamma \vdash N : \tau$.
- Wenn $\Gamma \vdash \lambda x.M : \sigma$ gilt, dann existieren Typen τ und ρ mit $\Gamma, x : \tau \vdash M : \rho$ und $\sigma = \tau \to \rho$.

Aufgabe 2 (Untypisierbare Terme) (2 Punkte)
Zeigen Sie, dass die folgenden λ-Terme keine Type in $\lambda\to$ à la Curry haben.

1. $\lambda x.x\ x$
2. Ω
3. $\mathbf{K}\ \mathbf{I}\ \Omega$
4. $\mathbf{Y}$
5. $c_2\ \mathbf{K}$

(Aufgabe entspricht 3.6.1 im Buch Sørensen, Morten Heine B., Urzyczyn, Paweł: Lectures on the Curry-Howard Isomorphism, 1998.)

Aufgabe 3 (Subject reduction ungültig?) (2 Punkte)
Geben Sie zwei λ-Terme M und M' sowie Typen σ und σ' an, so dass $\vdash M : \sigma$, $\vdash M' : \sigma'$ und $M \twoheadrightarrow_\beta M'$ mit $\not\vdash M : \sigma'$.
(Aufgabe entspricht 3.6.2 im Buch Sørensen, Morten Heine B., Urzyczyn, Paweł: Lectures on the Curry-Howard Isomorphism, 1998.)

Aufgabe 4 (Subjekt Reduktion) (2 Punkte)
Führen Sie einen formalen Beweis des Subjekt Reduktions Lemmas (Proposition 3.1.9 aus Lectures on the Curry-Howard Isomorphism) durch.

Lemma: Wenn $\Gamma \vdash M : \sigma$ und $M \to_\beta N$ gilt, dann gilt $\Gamma \vdash N : \sigma$.

Aufgabe 5 (Substitutionslemma) (2 Punkte)
Führen Sie einen formalen Beweis des Substitutionslemmas (Proposition 3.1.8 aus Lectures on the Curry-Howard Isomorphism).
Satz:

- Wenn $\Gamma \vdash M : \sigma$ gilt, dann gilt $\Gamma[\alpha := \tau] \vdash M : \sigma[\alpha := \tau]$.
- Wenn $\Gamma, x : \tau \vdash M : \sigma$ und $\Gamma \vdash N : \tau$ gilt, dann gilt $\Gamma \vdash M[x := N] : \sigma$.