

Übungen zur Vorlesung
 Komponenten- und Service-orientierte Softwarekonstruktion
 Sommersemester 2017
 Übungsblatt Nr. 8

Abgabetermin: 28.6.2017 (in der Übung, vorher per Mail oder in der Vorlesung); Alternativ:
 Bis am 30.6.2017 per Mail oder in OH14, Raum 129

Aufgaben(teile) mit der Markierung $\boxed{\star}$ sind Zusatzaufgaben.

Gemeinsame Abgaben von Gruppen bis zu 3 Personen sind möglich.

23.6.2017

Type assignment rules for combinatory logic with intersection types and distributiving covariant constructors.

| | | |
|--|--|---|
| $n \in \mathbb{N}^0$ | Natural number or zero | $\mathbb{T}_V \ni \sigma, \tau, \rho, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n ::=$ Type Scheme |
| $x, y, z \in \mathbb{O}$ | Combinators | $C(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{ C })$ constant |
| $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{V}$ | Type Variables | ω omega |
| $C, C_1, C_2, \dots, C_n \in \mathbb{C}$ | Constructor Symbols | $\sigma \rightarrow \tau$ function |
| $ \cdot : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{N}^0$ | Constructor Arity | $\sigma \cap \tau$ intersection |
| $\leq_{\mathbb{C}} \subseteq \{(C_1, C_2) \in \mathbb{C} \times \mathbb{C} \mid C_1 = C_2 \}$ | Constructor Preorder | α variable of \mathbb{V} |
| $S : \mathbb{V} \rightarrow \mathbb{T}$ | Substitution | $\mathbf{T} = \mathbb{T}_0 \ni \mathbf{a}, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n$ Type |
| $S^*(\sigma) =$ | S lifted to $\mathbb{T}_V \rightarrow \mathbf{T}$ | $\mathbf{b}, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_n$ Type |
| $C(S^*(\sigma_1), S^*(\sigma_2), \dots, S^*(\sigma_{ C }))$ | if $\tau = C(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{ C })$ | $\mathcal{T} \ni M, N, N_1, N_2, \dots, N_n ::=$ Term |
| ω | if $\tau = \omega$ | x variable |
| $S^*(\sigma) \rightarrow S^*(\tau)$ | if $\tau = \sigma \rightarrow \tau$ | $(M N)$ application |
| $S^*(\sigma) \cap S^*(\tau)$ | if $\tau = \sigma \cap \tau$ | $\Gamma : \mathbb{O} \rightarrow \mathbb{T}_V$ Type Context |
| $S(\alpha)$ | if $\tau = \alpha$ | $\mathbf{WF} \subseteq \mathbb{V} \rightarrow \mathbf{T}$ Function space of well-formed substitutions |

Subtyping ($\leq \subseteq \mathbf{T} \times \mathbf{T}$): $\frac{C_1 \leq_{\mathbb{C}} C_2 \quad |C_1| = |C_2| \quad \forall n : \mathbf{a}_n \leq \mathbf{b}_n}{C_1(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_{|C_1|}) \leq C_2(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_{|C_2|})}$ (CAX) $\frac{}{\mathbf{a} \leq \omega}$ ($\leq \omega$)

$\frac{}{C_1(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_{|C_1|}) \cap C_1(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_{|C_1|}) \leq C_1(\mathbf{a}_1 \cap \mathbf{b}_1, \mathbf{a}_2 \cap \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{a}_{|C_1|} \cap \mathbf{b}_{|C_1|})}$ (CDIST)

$\frac{}{\omega \leq \omega \rightarrow \omega}$ ($\rightarrow \omega$) $\frac{\mathbf{a}_2 \leq \mathbf{a}_1 \quad \mathbf{b}_1 \leq \mathbf{b}_2}{\mathbf{a}_1 \rightarrow \mathbf{b}_1 \leq \mathbf{a}_2 \rightarrow \mathbf{b}_2}$ (SUB) $\frac{}{(\mathbf{a} \rightarrow \mathbf{b}_1) \cap (\mathbf{a} \rightarrow \mathbf{b}_2) \leq \mathbf{a} \rightarrow \mathbf{b}_1 \cap \mathbf{b}_2}$ (DIST)

$\frac{}{\mathbf{a} \leq \mathbf{a} \cap \mathbf{a}}$ (IDEM) $\frac{\mathbf{a}_1 \leq \mathbf{a}_2 \quad \mathbf{a}_2 \leq \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \leq \mathbf{a}_3}$ (TRANS) $\frac{\mathbf{a} \leq \mathbf{b}_1 \quad \mathbf{a} \leq \mathbf{b}_2}{\mathbf{a} \leq \mathbf{b}_1 \cap \mathbf{b}_2}$ (GLB) $\frac{}{\mathbf{a} \cap \mathbf{b} \leq \mathbf{a}}$ (LUB₁) $\frac{}{\mathbf{a} \cap \mathbf{b} \leq \mathbf{b}}$ (LUB₂)

Type assignment ($\vdash \subseteq (\mathbb{O} \rightarrow \mathbb{T}_V) \times \mathcal{T} \times \mathbf{T}$):

$\frac{\Gamma(x) = \tau \quad S \in \mathbf{WF}}{\Gamma \vdash x : S^*(\tau)}$ (VAR) $\frac{\Gamma \vdash M : \mathbf{a} \rightarrow \mathbf{b} \quad \Gamma \vdash N : \mathbf{a}}{\Gamma \vdash (M N) : \mathbf{b}}$ (\rightarrow E)

$\frac{\Gamma \vdash M : \mathbf{a} \quad \mathbf{a} \leq \mathbf{b}}{\Gamma \vdash M : \mathbf{b}}$ (\leq) $\frac{\Gamma \vdash M : \mathbf{a} \quad \Gamma \vdash M : \mathbf{b}}{\Gamma \vdash M : \mathbf{a} \cap \mathbf{b}}$ (\cap I)

Aufgabe 1 (Subtyping)

(5 Punkte)

Zeigen Sie unter Verwendung der obigen Regeln, dass folgende Aussagen für alle Typen aus \mathbf{T} gelten:

1. $\omega \leq \mathbf{a} \rightarrow \omega$
2. $(\mathbf{a}_1 \rightarrow \mathbf{b}_1) \cap (\mathbf{a}_2 \rightarrow \mathbf{b}_2) \leq (\mathbf{a}_1 \cap \mathbf{a}_2) \rightarrow (\mathbf{b}_1 \cap \mathbf{b}_2)$
3. $\mathbf{a} \cap \mathbf{b} \leq \mathbf{b} \cap \mathbf{a}$
4. wenn $\mathbf{a}_1 \leq \mathbf{a}_2$ und $\mathbf{b}_1 \leq \mathbf{b}_2$, dann $\mathbf{a}_1 \cap \mathbf{b}_1 \leq \mathbf{a}_2 \cap \mathbf{b}_2$
5. $\mathbf{a} \leq \mathbf{a}$

Aufgabe 2 (Typableitungen)

(5 Punkte)

Finden Sie jeweils einen Term und eine zugehörige Typableitung im oben beschriebenen System für die folgenden Probleme:

1.

$$\begin{aligned}
 WF &= \{\{\alpha \mapsto \text{blue}\}, \{\alpha \mapsto \text{red}\}\} \\
 \leq_{\mathbb{C}} &= \{(\text{Shopper}, \text{Person})\} \\
 \Gamma &= \{\text{hipster} : \text{Item}(\text{red} \cap \text{blue}) \rightarrow \text{Shopper} \cap \text{Happy}, \text{Shoes} : \text{Item}(\alpha)\} \\
 \Gamma \vdash? &: \text{Person} \cap \text{Happy}
 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
 WF &= \{\{\alpha \mapsto \text{DropDown}\}, \{\alpha \mapsto \text{RadioButtons}\}\} \\
 \Gamma &= \{ \\
 &\quad \text{customerForm} : (\text{String} \rightarrow \text{java.net.URL} \rightarrow \text{OptionSelection} \rightarrow \text{Form}) \cap \\
 &\quad \quad (\text{Title} \rightarrow \text{Location}(\text{Logo}) \rightarrow \text{ChoiceDialog}(\alpha) \rightarrow \text{OrderMenu}(\alpha)) \\
 &\quad \text{dropDownSelector} : (\text{java.net.URL} \rightarrow \text{OptionSelection}) \cap \\
 &\quad \quad (\text{Location}(\text{Database}) \rightarrow \text{ChoiceDialog}(\text{DropDown})) \\
 &\quad \text{radioButtonSelector} : (\text{java.net.URL} \rightarrow \text{OptionSelection}) \cap \\
 &\quad \quad (\text{Location}(\text{Database}) \rightarrow \text{ChoiceDialog}(\text{RadioButtons})) \\
 &\quad \text{companyTitle} : \text{String} \cap \text{Title} \\
 &\quad \text{databaseLocation} : \text{java.net.URL} \cap \text{Location}(\text{Database}) \\
 &\quad \text{logoLocation} : \text{java.net.URL} \cap \text{Location}(\text{Logo}) \\
 &\quad \text{alternateLogoLocation} : \text{java.net.URL} \cap \text{Location}(\text{Logo}) \quad \} \\
 \Gamma \vdash? &: \text{Form} \cap \text{OrderMenu}(\omega)
 \end{aligned}$$