

EINI LogWing/WiMa

**Einführung in die Informatik für
Naturwissenschaftler und Ingenieure**

Vorlesung 2 SWS WS 17/18

**Dr. Lars Hildebrand
Fakultät für Informatik – Technische Universität Dortmund
lars.hildebrand@tu-dortmund.de
<http://ls14-www.cs.tu-dortmund.de>**

Thema

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- **Prolog**
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

▶ Kapitel 5

Algorithmen und Datenstrukturen

- ▶ Konstruktion von Datentypen: Arrays
- ▶ Algorithmen: Sortieren

▶ Unterlagen

- ▶ Dißmann, Stefan und Ernst-Erich Doberkat: *Einführung in die objektorientierte Programmierung mit Java*, 2. Auflage. München [u.a.]: Oldenbourg, 2002, Kapitel 3.4 & 4.1. (→ ZB oder Volltext aus Uninetz)
- ▶ Echtele, Klaus und Michael Goedicke: *Lehrbuch der Programmierung mit Java*. Heidelberg: dpunkt-Verl, 2000, Kapitel 4. (→ ZB)
- ▶ Gumm, Heinz-Peter und Manfred Sommer: *Einführung in die Informatik*, 10. Auflage. München: De Gruyter, 2012, Kapitel 2.7 – 2.8. (→ Volltext aus Uninetz)

Übersicht

Begriffe

- ✓ Spezifikationen, Algorithmen, formale Sprachen
- ✓ Programmiersprachenkonzepte
- ✓ Grundlagen der imperativen Programmierung

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

- Algorithmen und Datenstrukturen
 - Felder
 - Sortieren
 - Rekursive Datenstrukturen (Baum, binärer Baum, Heap)
 - ▶ Heapsort

▶ Objektorientierung

- ▶ Einführung
- ▶ Vererbung
- ▶ Anwendung

In diesem Kapitel:

- **Prolog**
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Gliederung

- ▶ **Array:** *Feldern*
 - ▶ Datenstruktur zur Abbildung gleichartiger Daten
 - ▶ Deklaration
 - ▶ Dimensionierung und Zuordnung von Speicher zur Laufzeit
 - ▶ Zuweisung: ganzes Array, Werte einzelner Elemente

- ▶ **Algorithmen auf Arrays:** Beispiel Sortieren
 - ▶ naives Verfahren: Minimum bestimmen, entfernen, Restmenge sortieren
 - ▶ Heapsort: ähnlich, nur mit Binärbaum über Indexstruktur
 - ▶ Quicksort: divide & conquer, zerlegen in zwei Teilmengen anhand eines Pivotelementes

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Arrays II

▶ Fragen:

- ▶ Wie werden Arrays deklariert?
- ▶ Wie werden Daten in Arrays abgelegt, verändert und ausgegeben?
- ▶ Wie wird die Größe eines Arrays festgelegt?
- ▶ Warum müssen wir die Größe überhaupt festlegen?

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Arrays III

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

▶ Arrays sind Variablen,

▶ sie müssen daher auch deklariert werden, bevor sie benutzt werden.

▶ die viele Variablen enthalten, die vom gleichen Typ sind.

▶ Die Anzahl der Dimensionen entspricht der Anzahl der Indexausdrücke.

int x,



▶ Deklarationen:

```
int[] x;           // ein-dimensional int  
double[][] y;     // zwei-dimensional double
```

▶ Sie legen allerdings (anders als bei `int z;`) noch keinen Speicherplatz fest.



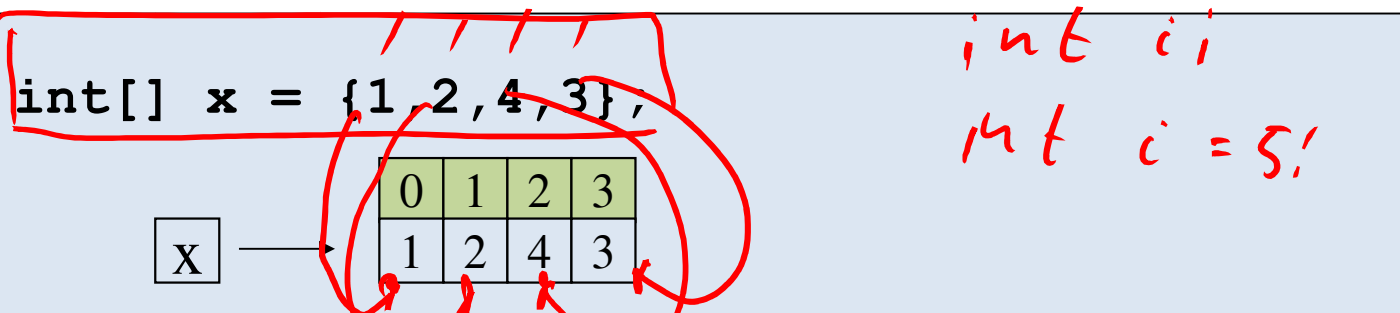
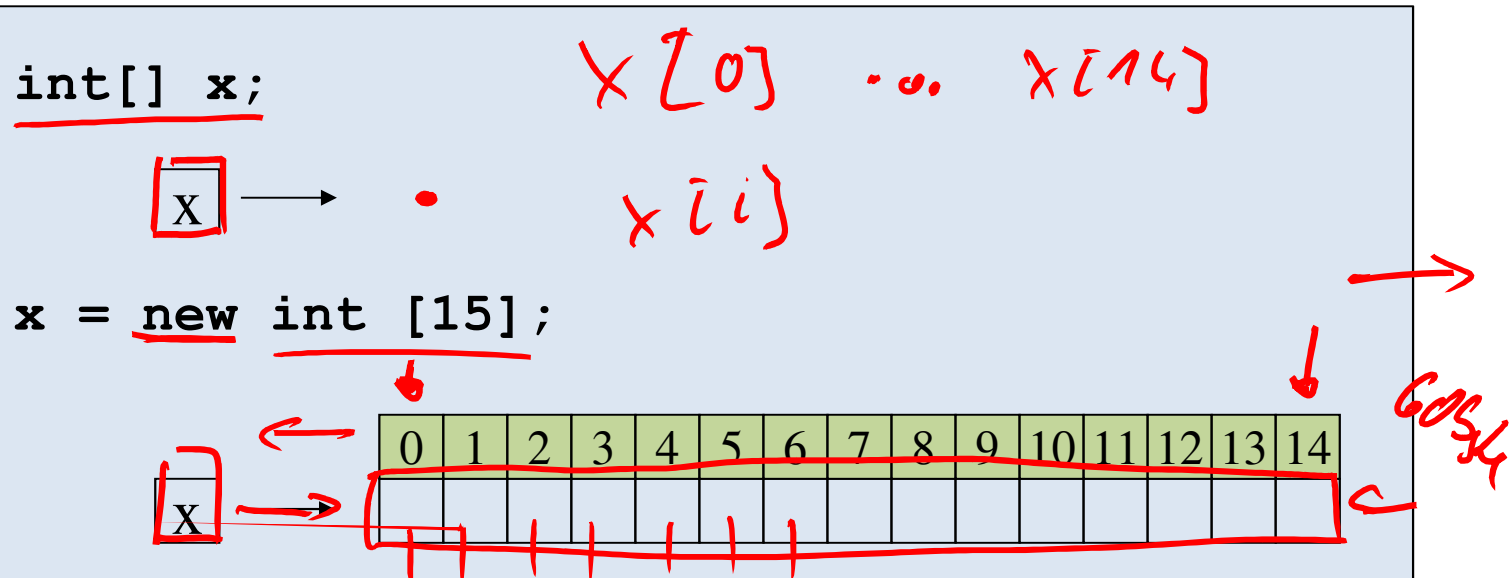
Arrays IV

Die Deklarationen einer Array-Variablen legt nur einen Verweis auf ein Array fest, die Dimensionierung muss extra erfolgen!

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen



In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Arrays V

Die Deklarationen einer Array-Variablen legt nur einen Verweis auf ein Array fest, die Dimensionierung muss extra erfolgen!

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

- ▶ Dimensionierung mittels new (Schlüsselwort)
- ▶ [anzahl] gibt die Anzahl der Elemente an.
- ▶ Ist kein Inhalt angegeben, wird jedes Element mit 0 initialisiert.
- ❖ Beachte: Indizes immer 0 ... Anzahl -1

Zuweisungen

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

- ▶ Bei der Deklaration einer Array-Variablen werden die Standardwerte zugewiesen:

- ▶ z.B.: `int` alles 0 ...

- ▶ Andere Variante:

- ▶ Belegung mit direkt angegebenen Konstanten

```
int [] m =  
{31, 28, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31};
```

- ▶ Größe und Belegung sind direkt festgelegt:
→ keine Erzeugung mittels `new` notwendig

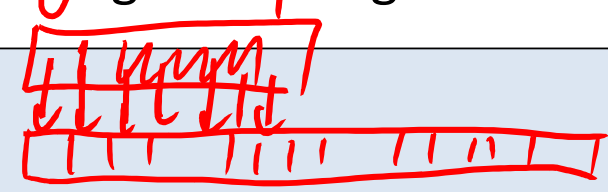
m[0] = 31
m[1] = 28

Zuweisung an Array-Variable

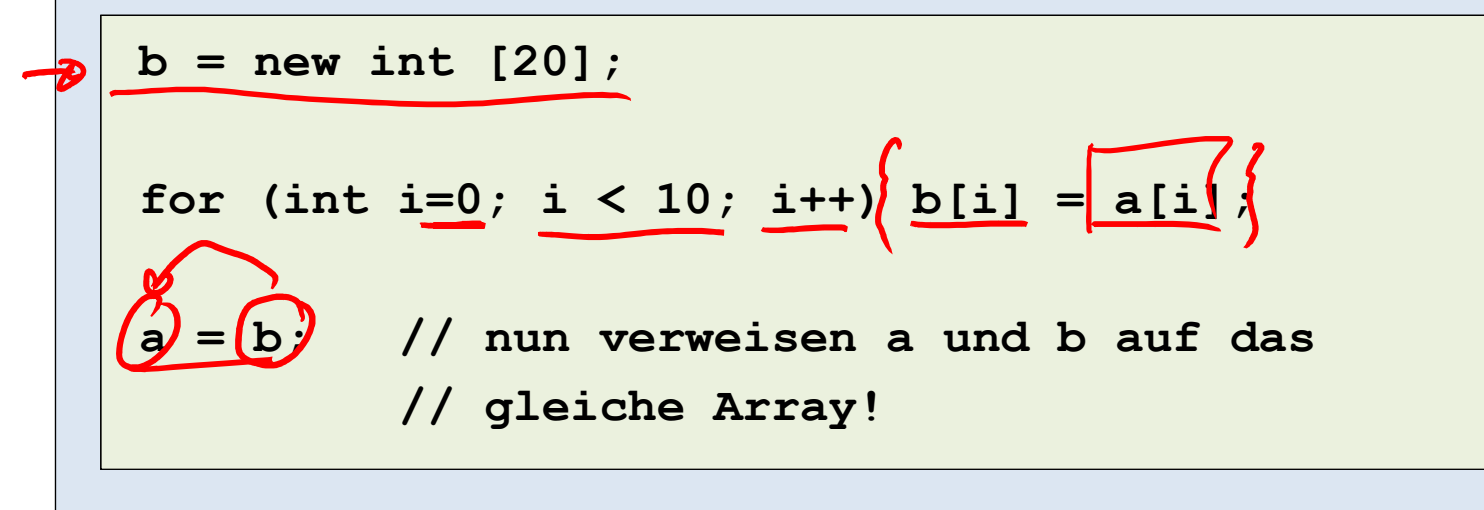
Array-Größe ist nach Ausführung des new-Operators fest!

► Veränderung der Größe nur durch Programm möglich:

```
int [] a, b;  
a = new int [10];  
.... // Zuweisung an die Elemente 0 ..9
```



```
b = new int [20];  
  
for (int i=0; i < 10; i++) { b[i] = a[i]; }  
  
a = b; // nun verweisen a und b auf das  
// gleiche Array!
```



EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Zuweisung an Array-Variablen: Beispiel 1

```
int i = 2;
```

```
int [] A;
```

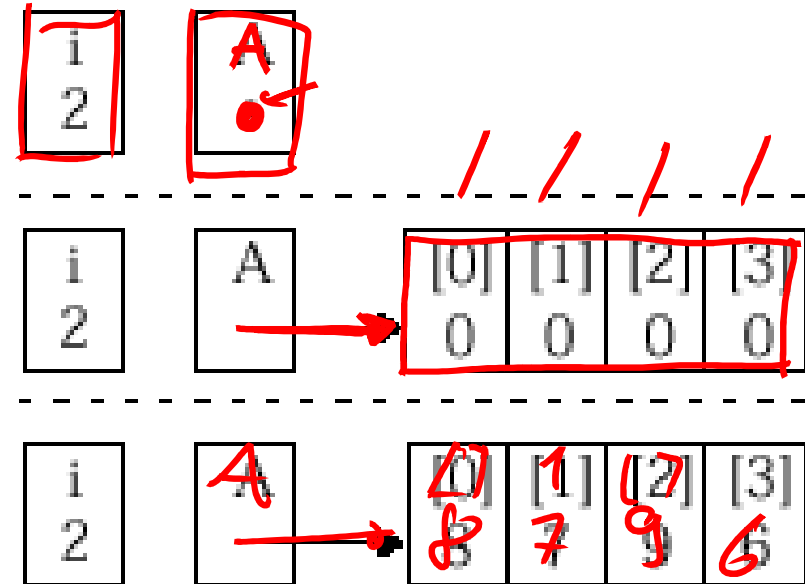
```
A = new int [4];
```

```
A [0] = 8;
```

```
A [1] = 7;
```

```
A [i] = 9;
```

```
A [3] = 6;
```



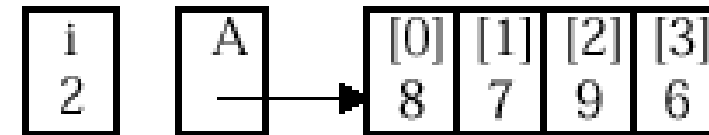
Echtle/Goedicke, Heidelberg: Abb. 2–19 (Ausschnitt), S. 73 © dpunkt 2000.

Zuweisung an Array-Variablen: Beispiel 2

```

...
A [0] = 8;   A [1] = 7;
A [i] = 9;   A [3] = 6;

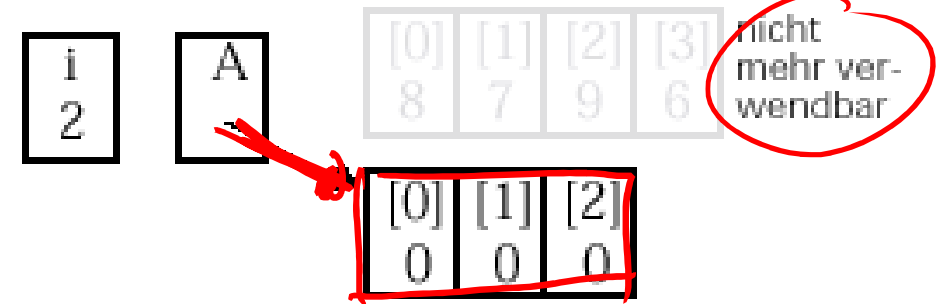
```



```

A = new int [3];

```

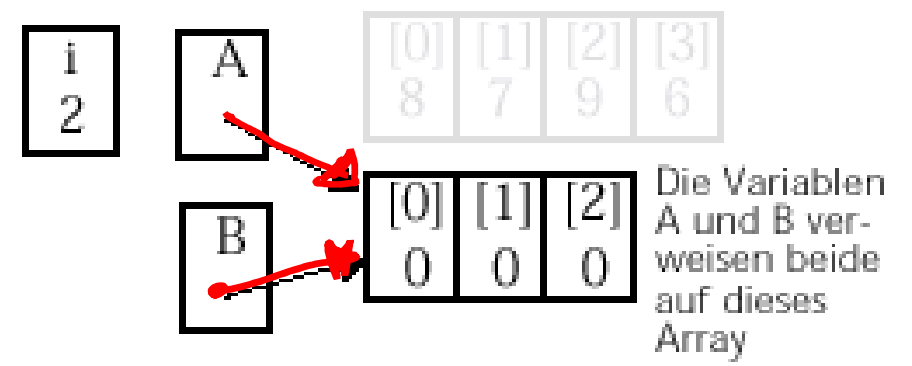


```

int [] B;
B = A;

```

`B`



Echtle/Goedicke, Heidelberg: *Abb. 2-19* (Ausschnitt), S. 73 © dpunkt 2000.

Zuweisung an Array-Variablen: Beispiel 3

....

B = A;

A [0] = 6;

B [1] = 7;

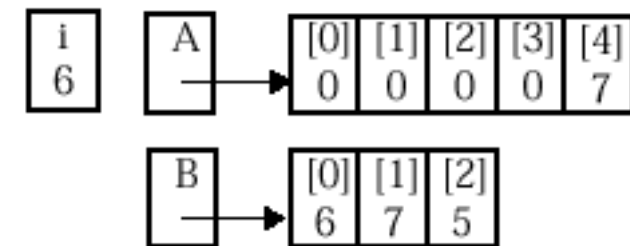
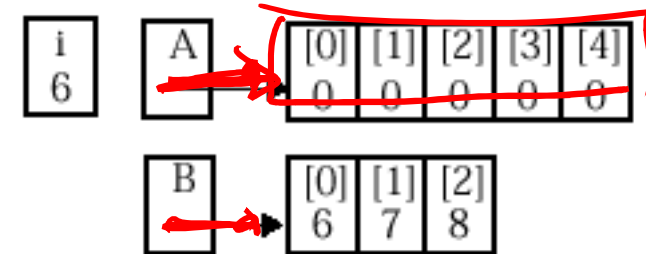
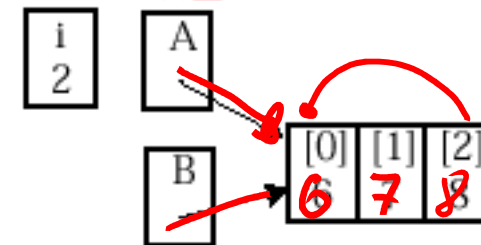
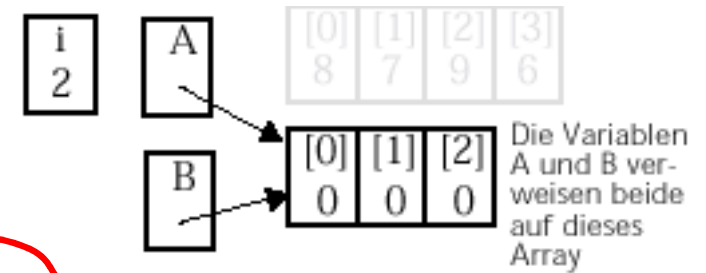
B [2] = B [0] + 2;

i = B [0];

A = new int [5];

A [i - 2] = B [1];

B [i - 4] = A.length;



Echtle/Goedicke, Heidelberg: Abb. 2-19 (Ausschnitt), S. 73 © dpunkt 2000.

Dynamische Größe von Arrays

Falls die Größe eines Arrays zum Zeitpunkt der Erstellung nicht bekannt ist:

- ▶ Die Größe könnte z.B. auch eingelesen werden.
- ▶ In Java kann durch `x.length` die Anzahl der Elemente dynamisch bestimmt werden:

```
int anzahl = scanner.nextInt();  
int anfangswert = 0;  
  
int[] vektor = new int[anzahl];  
for (int i = 0; i < vektor.length; i++) {  
    vektor[i] = anfangswert ;  
}
```

- ❖ Beachte: Index läuft 0 ... vektor.length -1.

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Berücksichtigung von Typen

Strenges Typsystem:

- ▶ Für einzelne Elemente eines Arrays, die selbst keine Arrays sind, ist dies klar:

```
int[] a = new int[3];  
a[1] = 3;
```

- ▶ Für Arrays gilt bei Zuweisungen:
 - ▶ Typ der Grundelemente und die Anzahl der Dimensionen müssen übereinstimmen:

```
int[] a;
```

```
...
```

```
a = b; // klappt nur, wenn b ebenfalls  
          ↑ // 1-dimensionales int Array ist
```

- Prolog
- **Arrays**
 - Zuweisung
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen



Arrays

Artikel im EINI-Wiki:

- **Array**
- **Zeichenkette**

Kapitel 5

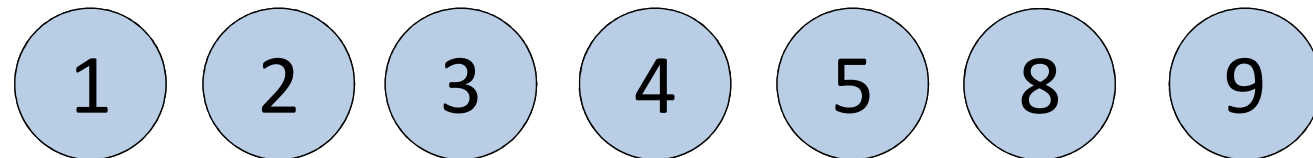
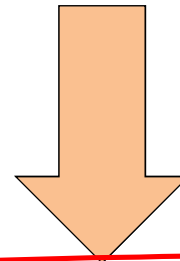
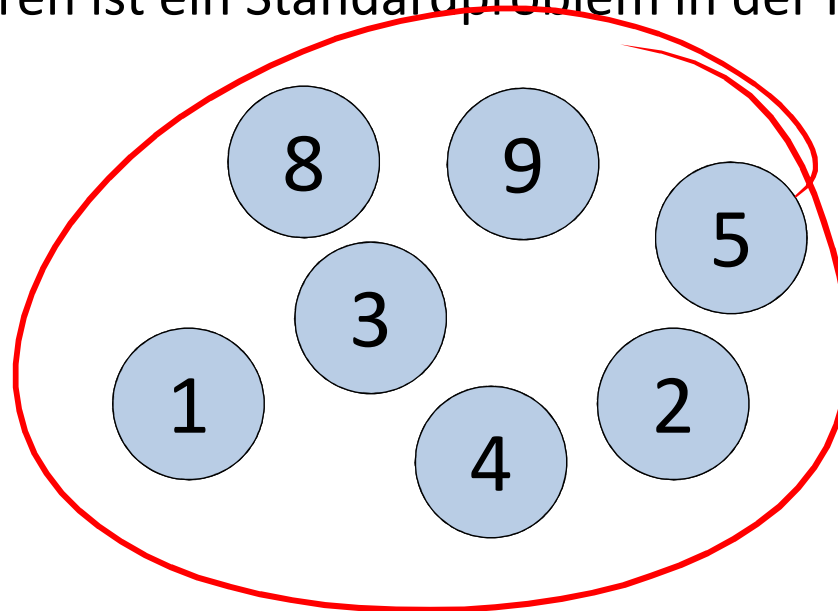
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- **Arrays**
- Sortieren
- Rekursive
Datenstrukturen

Arrays: Internes Sortieren I

- ▶ Sortieren ist ein Standardproblem in der Informatik.



EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Arrays: Internes Sortieren II

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

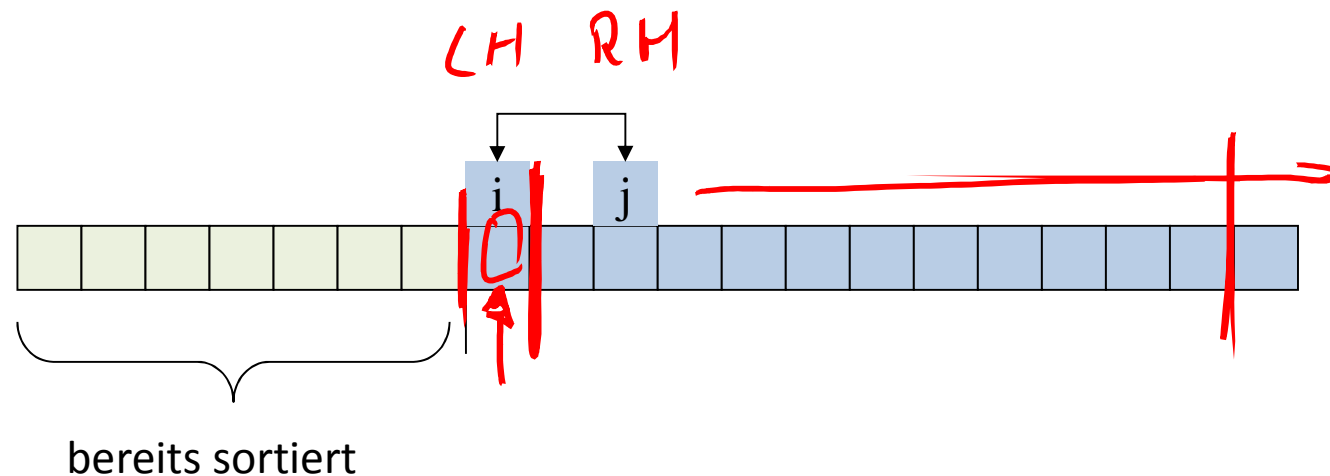
- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

- ▶ Internes Sortieren bringt die Elemente einer Folge in die richtige Ordnung.
- ▶ Viele Alternativen bzgl. Sortieren sind entwickelt worden.
- ▶ Das einfache interne Sortieren (wie hier vorgestellt) hat zwar **geringen** Speicherplatzbedarf, aber eine **hohe** Laufzeit.
- ▶ Verfahren:
 - ▶ Vertausche Elemente der Folge solange, bis sie in der richtigen Reihenfolge sind.
- ▶ Hier wird als Speicherungsstruktur ein Array benutzt.

Sortierung

Die Idee:

- ▶ Ausgangspunkt: Alles vor der Stelle i ist bereits sortiert.
- ▶ Man vergleicht das Element an der Stelle i mit allen weiteren Elementen (im Beispiel: j).
- ▶ Falls das Element an der Stelle i größer ist als an der Stelle j : Vertausche die Elemente an den Stellen i und j .



EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

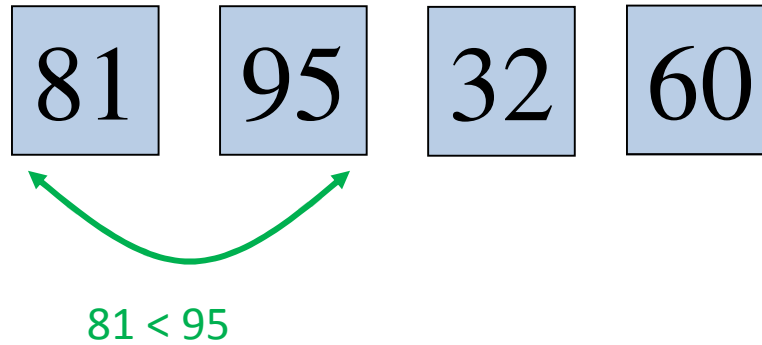
Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Sortierung: Beispiel I

Ausgangspunkt:



bereits sortiert

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Sortierung: Beispiel II

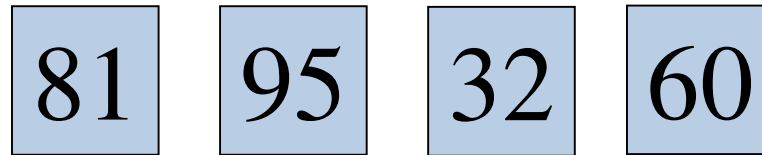
EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen



$81 < 32$



Sortierung: Beispiel III

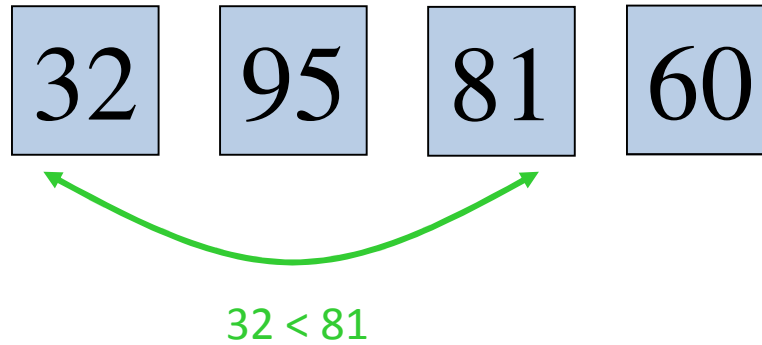
EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen



Sortierung: Beispiel IV

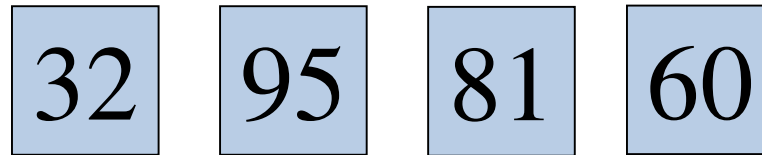
EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen



$32 < 60$

Sortierung: Beispiel V

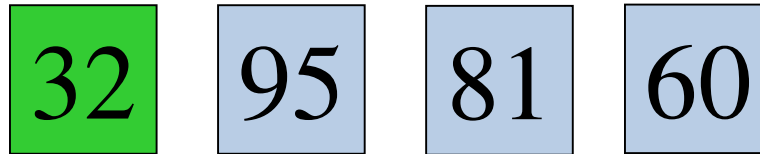
EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen



Sortierung: Beispiel VI

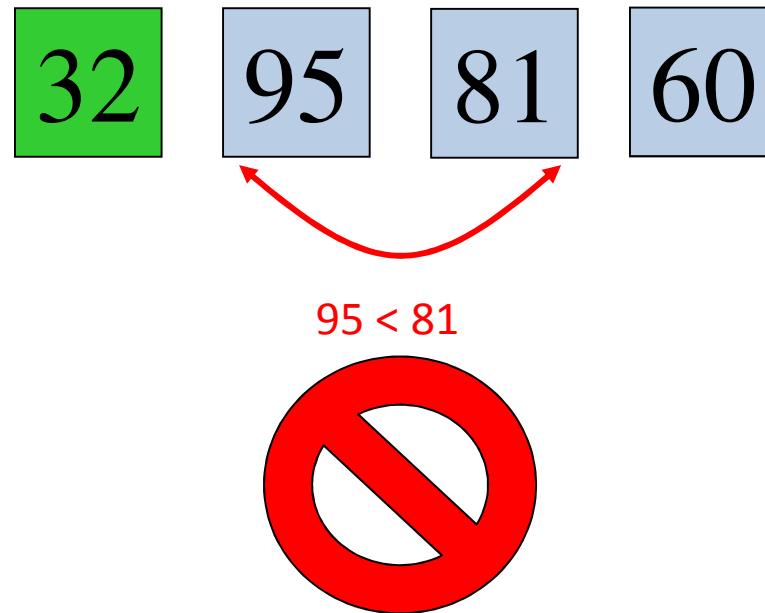
EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen



Sortierung: Beispiel VII

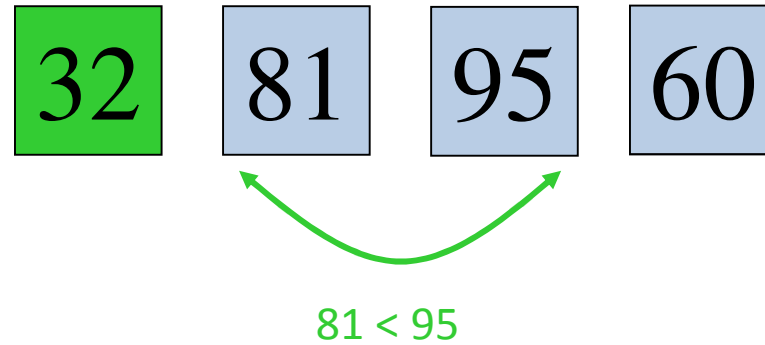
EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen



Sortierung: Beispiel VIII

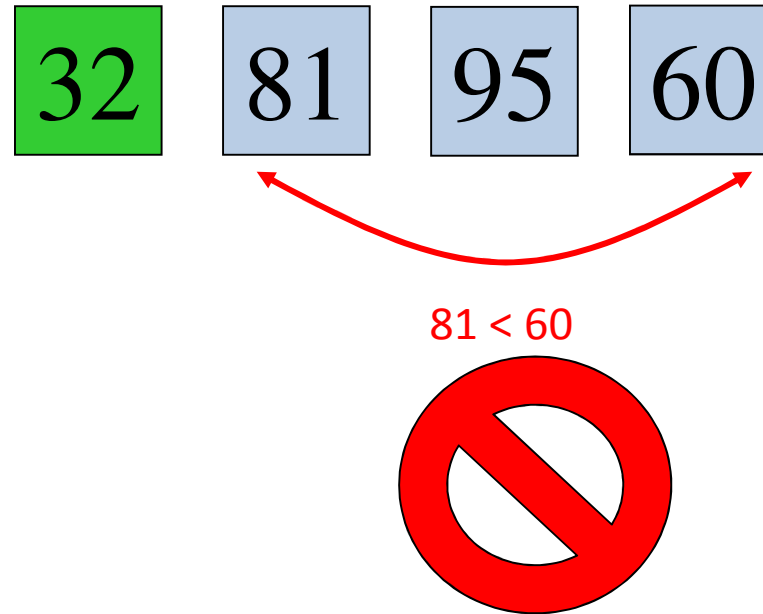
EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen



Sortierung: Beispiel IX

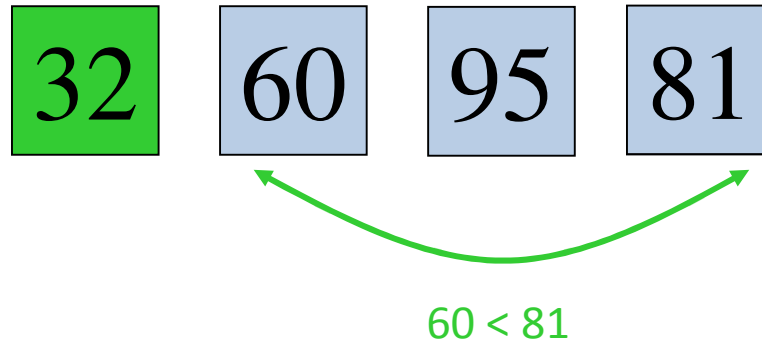
EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen



Sortierung: Beispiel X

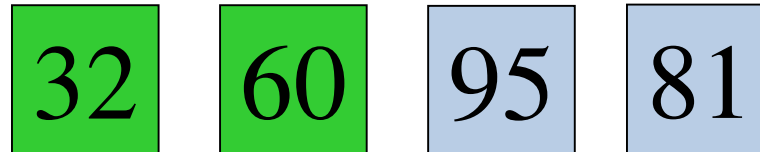
EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen



Sortierung: Beispiel XI

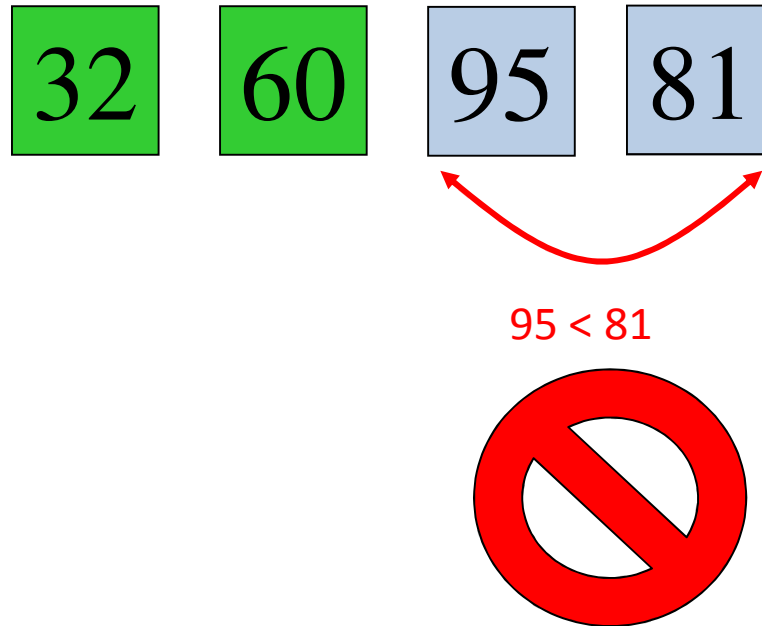
EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen



Sortierung: Beispiel XII

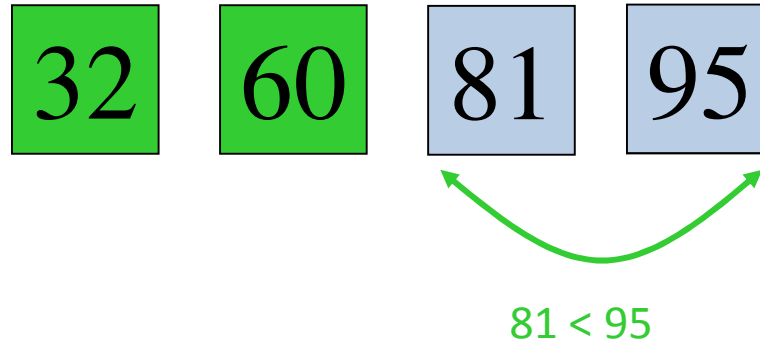
EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen



Sortierung: Beispiel XIII

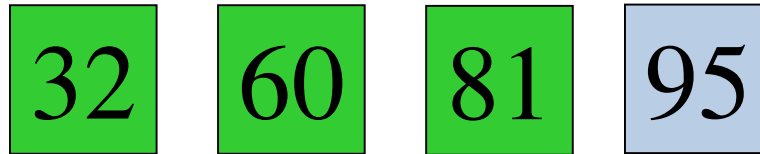
EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen



Sortierung: Beispiel XIV

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

32 60 81 95

Einlesen der Werte

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

```
int n = scanner.nextInt();  
int[] a = new int[n];
```

```
// Lies Elemente ein
```

```
for (int i = 0; i < n; i++) {  
    a[i] = scanner.nextInt();  
}
```

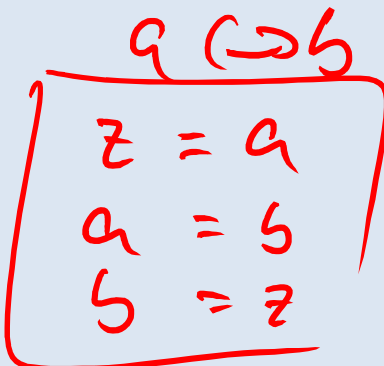
010101010101

15/4/16/5/17/9/21

Eigentliche Sortierung ...

Diese Schritte müssen für alle Elemente im Array erledigt werden:

```
CH for (int i = 0; i < n - 1; i++) {  
  
    // Prüfe, ob a[i] Nachfolger hat,  
    // die kleiner als a[i] sind:  
    RH for (int j = i + 1; j < n; j++) {  
  
        if (a [i] > a [j]) { // Ist ein Nachfolger kleiner?  
  
            // Vertausche a[i] mit a[j]:  
            // Ringtausch mit Hilfsvariable z  
            int z = a [i];  
            a [i] = a [j];  
            a [j] = z;  
        }  
    }  
}
```



Ausgabe

Zum Schluss wird noch alles ausgegeben:

```
// Gib sortierte Elemente aus

System.out.println ("Sortierte Elemente:");
for (int i = 0; i < n; i++) {
    System.out.print (a [i] + ", ");
}
```

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Der Ablauf noch einmal tabellarisch:

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

i	j	a[0]	a[1]	a[2]	a[3]
<u>0</u>	<u>1</u>	<u>81</u>	<u>95</u>	32	60
0	2	<u>81</u>	95	<u>32</u>	60
		<u>32</u>	95	<u>81</u>	60
0	3	<u>32</u>	95	81	<u>60</u>
<u>1</u>	2	32	<u>95</u>	<u>81</u>	60
		32	<u>81</u>	<u>95</u>	60
1	3	32	<u>81</u>	95	<u>60</u>
		32	<u>60</u>	95	<u>81</u>
<u>2</u>	<u>3</u>	32	60	<u>95</u>	<u>81</u>
		32	60	<u>81</u>	<u>95</u>

Gesamtes Programm

```
01 import java.util.Scanner;
02
03 public class A533 {
04     public static void main(String[] args) {
05         Scanner scanner = new Scanner(System.in);
06
07
08         int n = scanner.nextInt();
09         int[] a = new int[n];
10
11         for (int i = 0; i < n; i++) {
12             a[i] = scanner.nextInt();
13         }
14
15         for (int i = 0; i < n - 1; i++) {
16             for (int j = i + 1; j < n; j++) {
17                 if (a [i] > a [j]) {
18                     int z = a [i];
19                     a [i] = a [j];
20                     a [j] = z;
21                 }
22             }
23         }
24
25         System.out.println ("Sortierte Elemente:");
26         for (int i = 0; i < n; i++) {
27             System.out.print (a [i] + ", ");
28         }
29     }
30 }
```



Alternativen?




EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

- ▶ Könnte man die Algorithmusidee auch anders formulieren?
 - ▶ Finde Minimum x der aktuellen Menge.
 - ▶ Positioniere x an den Anfang.
 - ▶ Sortiere Restmenge nach Entfernen von x .
- ▶ Rekursive Formulierung ?
- ▶ Weitere Fragen:
 - ▶ Terminierung? 
 - ▶ Korrektheit? 
 - ▶ Aufwand, Effizienz? 



Bemerkungen zum Aufwand I

Der Aufwand wird nach **Anzahl der Ausführungen von Elementaroperationen** betrachtet.

- ▶ Im Wesentlichen sind das beim Sortieren Vergleiche und Zuweisungen.
- ▶ Meist begnügt man sich mit einer vergrößernden Abschätzung, der sogenannten O-Notation.
- ▶ Diese Abschätzung wird in der Regel nach der Größe des Problems bestimmt, hier die Anzahl der zu sortierenden Elemente.

$$\begin{array}{ll} O(1) & O(n^2) \\ O(n) & O(2^n) \end{array}$$

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Bemerkungen zum Aufwand II

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

▶ Obiges Sortierverfahren:

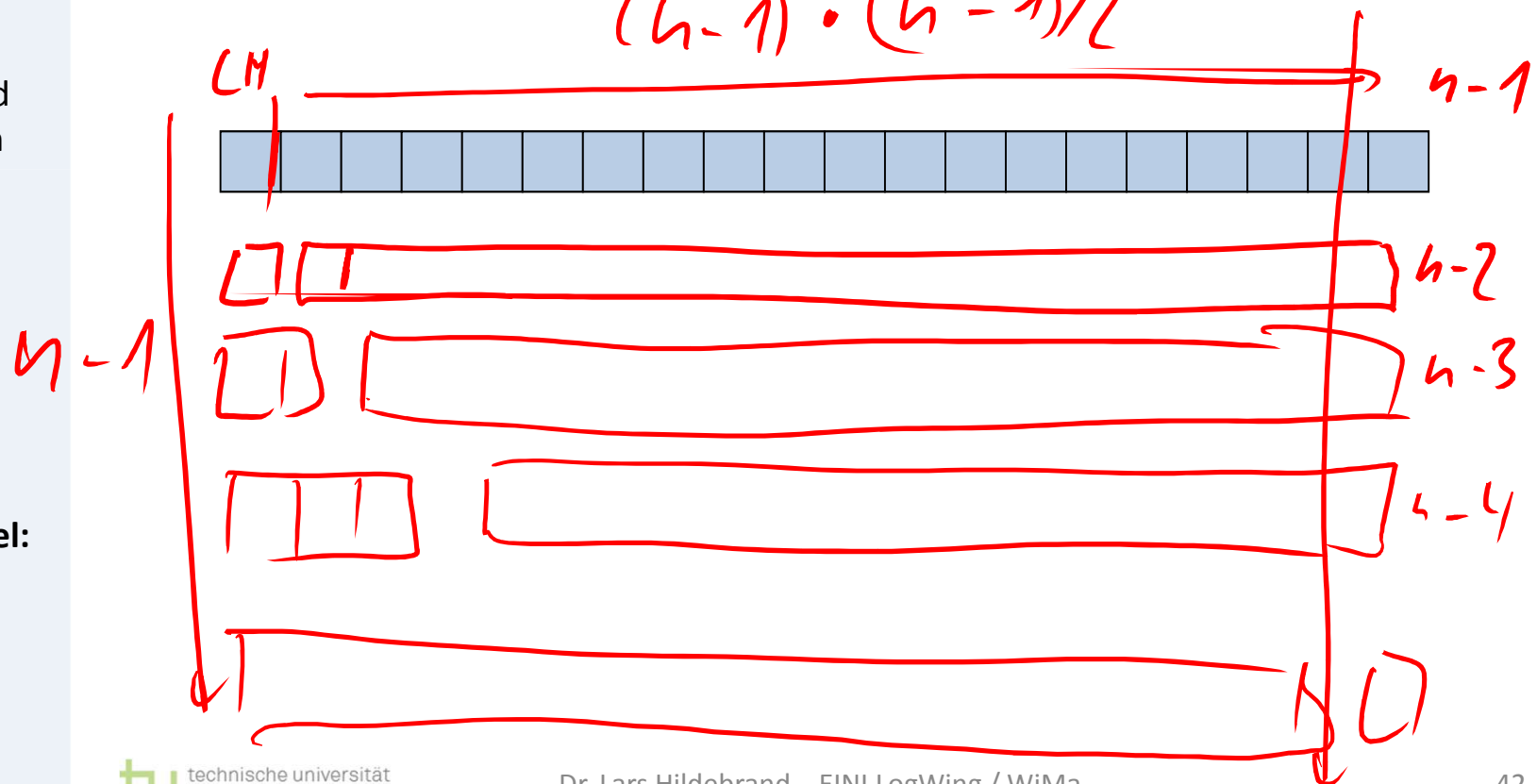
▶ **zwei** geschachtelte **for**-Schleifen,

▶ die beide über das gesamte (Rest)Array der Größe n laufen.

▶ Daher ist der Aufwand in der Größenordnung von n^2 .

$O(n^2)$

$$(n-1) \cdot (n-1) / 2$$



Bemerkungen zum Aufwand III

- ▶ Es stellt sich die folgende Frage:
 - ▶ Ist es möglich, schnellere Algorithmen zu entwerfen, indem man die Ermittlung des Maximums beschleunigt?
- ▶ Antwort:
 - ▶ **nein!**
 - ▶ Jeder Algorithmus, der mit Vergleichen zwischen Werten arbeitet, benötigt mindestens $n - 1$ Vergleiche um das Maximum von n Werten zu finden.
- ▶ Beschleunigung also nicht beim Auffinden des Maximums möglich ...

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

Sortieren: Standardproblem der Informatik I

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

- ▶ Einfach zu verstehende Aufgabenstellung
- ▶ Tritt regelmäßig auf.
- ▶ Grundproblem: internes Sortieren
 - ▶ Zu sortierende Menge liegt unsortiert im Speicher vor. Abhängig von der Datenstruktur zur Mengendarstellung kann (im Prinzip) auf jedes Element zugegriffen werden.
 - ▶ Es existieren viele Algorithmen, die nach Algorithmusidee, nach Speicherplatz und Laufzeit (Berechnungsaufwand) unterschieden werden.
 - ❖ Wir brauchen noch ein formales Gerüst, um Speicherplatz und Berechnungsaufwand zu charakterisieren!

Sortieren: Standardproblem der Informatik II

EINI LogWing /
WiMa

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen

- ▶ Varianten:
 - ▶ Externes Sortieren: Daten liegen auf externem Speichermedium mit (sequentiell)em Zugriff.
 - ▶ Einfügen in sortierte Menge
 - ▶ Verschmelzen von sortierten Mengen
 - ▶ ...
- ▶ Im Folgenden: Effiziente Alternative zum letzten (naiven) Algorithmus: **Heapsort**
- ▶ Verwendung rekursiver Datenstrukturen für rekursive Algorithmen



Sortieren

Artikel im EINI-Wiki:

→ **Sortieren**

Kapitel 5

Algorithmen und
Datenstrukturen

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive
Datenstrukturen