EINI LW/WiMa

Einführung in die Informatik für Naturwissenschaftler und Ingenieure

Vorlesung 2 SWS WS 16/17

Dr. Lars Hildebrand
Fakultät für Informatik – Technische Universität Dortmund
lars.hildebrand@tu-dortmund.de
http://ls14-www.cs.tu-dortmund.de

Thema

- **Kapitel 5**
  Algorithmen und Datenstrukturen
  - Konstruktion von Datentypen: Arrays
  - Algorithmen: Sortieren

- **Unterlagen**
  - Gumm/Sommer, Kapitel 2.7 & 2.8
  - Echtle/Goedicke, Einführung in die Programmierung mit Java, dpunkt Verlag, Kapitel 4
  - Doberkat/Dißmann, Einführung in die objektorientierte Programmierung mit Java, Oldenbourg, Kapitel 3.4 & 4.1

Übersicht

Begriffe

- Spezifikationen, Algorithmen, formale Sprachen
- Programmiersprachenkonzepte
- Grundlagen der imperativen Programmierung

- Algorithmen und Datenstrukturen
  - Felder
  - Sortieren
  - Rekursive Datenstrukturen (Baum, binärer Baum, Heap)
  - Heapsort

- Objektorientierung
  - Einführung
  - Vererbung
  - Anwendung

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Gliederung

- **Arrays**
  - Datenstruktur zur Abbildung gleichartiger Daten
  - Deklaration
  - Dimensionierung und Zuordnung von Speicher zur Laufzeit
  - Zuweisung: ganzes Array, Werte einzelner Elemente

- **Algorithmen auf Arrays**: Beispiel Sortieren
  - **naives Verfahren**: Minimum bestimmen, entfernen, Restmenge sortieren
  - **Heapsort**: ähnlich, nur mit Binärbaum über Indexstruktur
  - **Quicksort**: divide & conquer, zerlegen in 2 Teilmengen anhand eines Pivotelementes

Arrays

Motivation:

Schleifen erlauben die Verarbeitung mehrerer Daten auf einen „Schlag“

- Eine Entsprechung auf der Variablenseite ist die Zusammenfassung mehrerer Variablen gleichen Typs: **Arrays** oder **Felder**

- Beispiele:
  - Zeichenketten/Strings, Arrays aus Character/Zeichen
  - Vektoren, Matrizen: Arrays aus Integer/Float Variablen
  - Abbildung eines Lagerbestandes durch Angabe der Menge für einen Artikel und einen Lagerort
    - Bei n unterschiedlichen Artikeln und m Orten:
    - Bestand [1] [5] der Bestand des Artikels 1 am Ort 5
    - In Java: Bestand [i] [j] Artikel mit Nummer i und Ort j

Arrays

- Fragen:
  - Wie werden Arrays deklariert?
  - Wie werden Daten in Arrays abgelegt, verändert, ausgegeben?
  - Wie wird die Größe eines Arrays festgelegt?
  - Warum müssen wir die Größe überhaupt festlegen?

Arrays sind Variablen

- ... müssen daher auch deklariert werden, bevor sie benutzt werden
- ... die viele Variablen enthalten, die vom gleichen Typ sind
- ... die Anzahl der Dimensionen entspricht der Anzahl der Indexausdrücke

- Deklarationen:

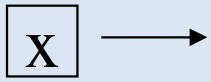
```
int[] x;          // ein-dimensional int
double[][] y;     // zwei-dimensional double
```

- Sei legen allerdings anders als bei `int z;` noch keinen Speicherplatz fest

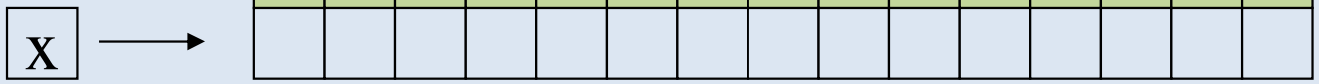
Arrays

Deklarationen einer Array-Variablen legt nur einen Verweis auf ein Array fest, Dimensionierung notwendig!

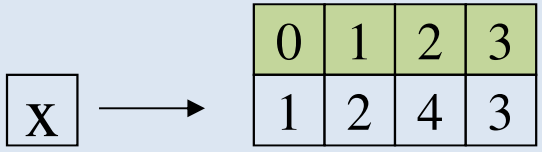

```
int[] x;
```




```
x = new int [15];
```




```
int[] x = {1,2,4,3};
```



Arrays

Deklarationen einer Array-Variablen legt nur einen Verweis auf ein Array fest, Dimensionierung notwendig!

- Dimensionierung mittels **`new`** (Schlüsselwort)
- **`[anzahl]`** gibt die Anzahl der Elemente an
- ist kein Inhalt angegeben wird jedes Element mit 0 initialisiert
- Beachte: Indizes **immer** 0 .. Anzahl -1

Zuweisungen

- Bei der Deklaration einer Array-Variablen werden die Standardwerte zugewiesen
  - z.B.: int alles 0 …

- Andere Variante:
  - Belegung mit direkt angegebenen Konstanten

```
int [] m =
{31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31};
```

  - Größe und Belegung sind direkt festgelegt
    → keine Erzeugung mittels **new** notwendig

Zuweisung an Array-Variable

Array-Größe ist fest nach Ausführung des new-Operators

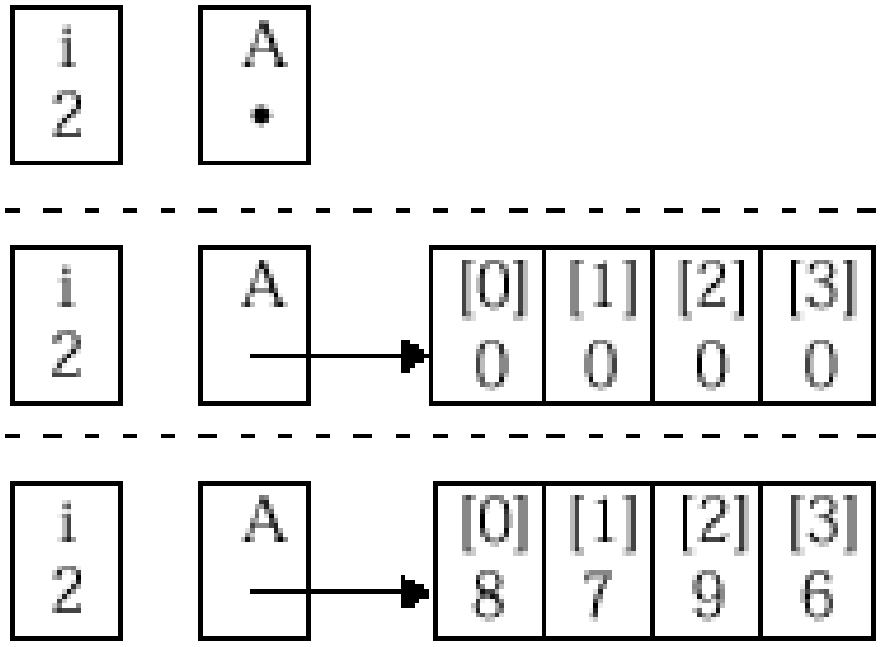
- Veränderung der Größe nur durch Programm möglich

```
int [] a,b;
a = new int [10];
 ....          // Zuweisung an die Elemente 0 ..9
```

```
b = new int [20];

for (int i=0; i < 10; i++) b[i] = a[i];

a = b;    // nun verweisen a und b auf das
          // gleiche Array!
```

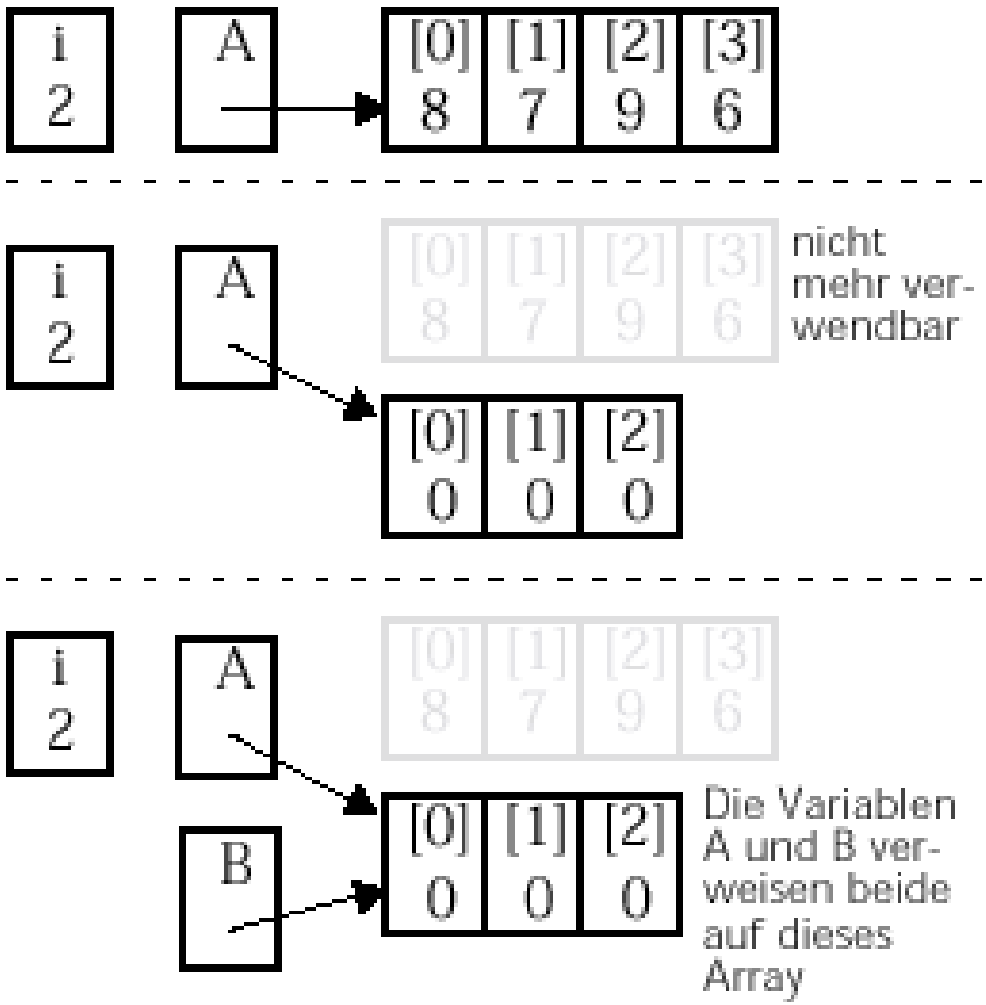
Zuweisung an Array-Variablen - Beispiel 1

```
int i = 2;
int [] A;

A = new int [4];

A [0] = 8;    A [1] = 7;
A [i] = 9;    A [3] = 6;
```



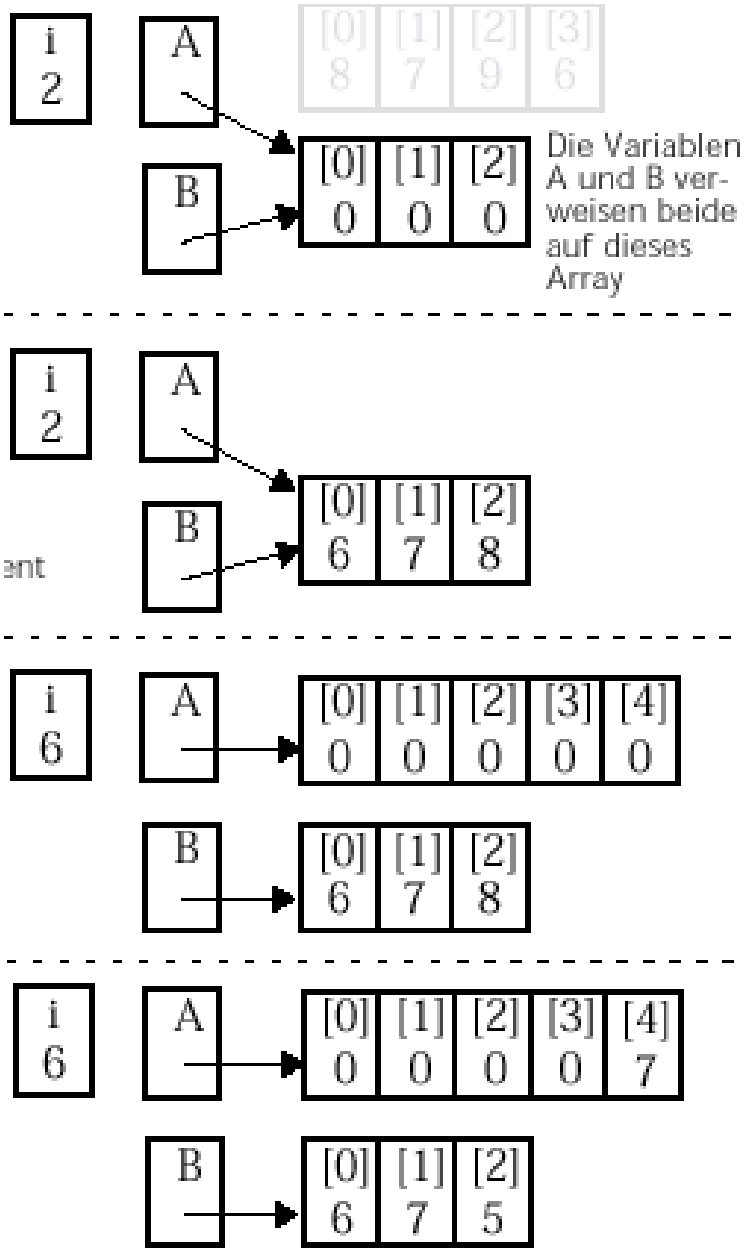
Zuweisung an Array-Variablen - Beispiel 2

```
...
A [0] = 8;    A [1] = 7;
A [i] = 9;    A [3] = 6;

A = new int [3];

int [] B;
B = A;
```



Zuweisung an Array-Variablen - Beispiel 3

```
....
B = A;
A [0] = 6;
B [1] = 7;
B [2] = B [0] + 2;

i = B [0];
A = new int [5];

A [i - 2] = B [1];
B [i - 4] = A.length;
```



Dynamische Größe von Arrays

Falls Größe eines Arrays zum Zeitpunkt der Erstellung nicht bekannt ist:

- die Größe könnte z.B. auch eingelesen werden
- In Java kann durch `x.length` die Anzahl der Elemente dynamisch bestimmt werden:

```
int anzahl = scanner.nextInt();
int anfangswert = 0;

int[] vektor = new int[anzahl];

for (int i = 0; i < vektor.length; i++) {

    vektor[i] = anfangswert ;

}
```

Beachte: Index läuft 0.. vektor.length -1

Berücksichtigung von Typen

strenges Typsystem

- Für einzelne Elemente eines Arrays, die selbst keine Arrays sind, ist dies klar:

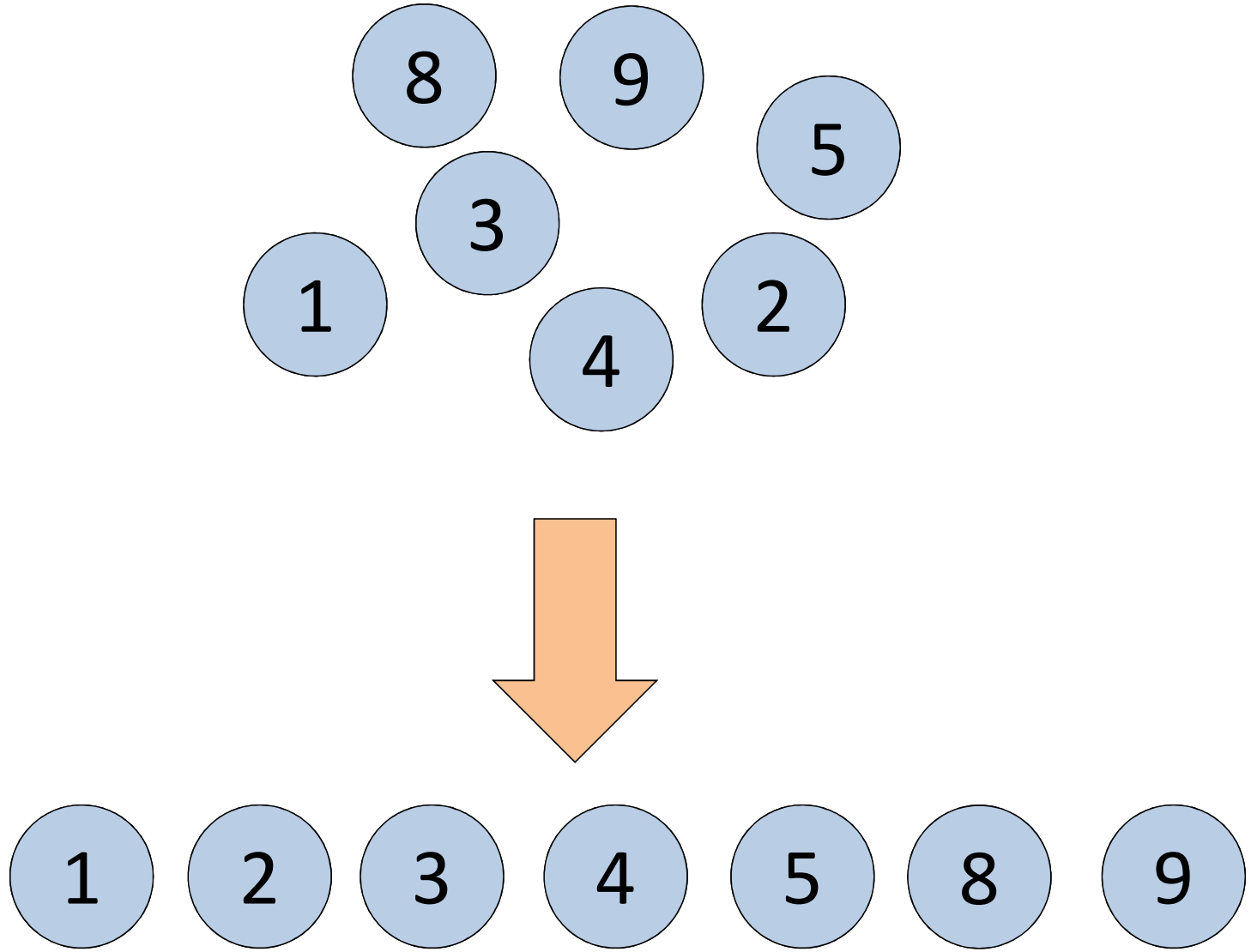
```
int[] a = new int[3];
a[1] = 3;
```

- Für Arrays gilt bei Zuweisungen:
  - Typ der Grundelemente und die Anzahl der Dimensionen muss übereinstimmen

```
int[] a;
...
a = b; // klappt nur, wenn b ebenfalls
       // 1-dimensionales int Array ist
```

Arrays: Internes Sortieren

- Sortieren ist ein Standardproblem in der Informatik



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

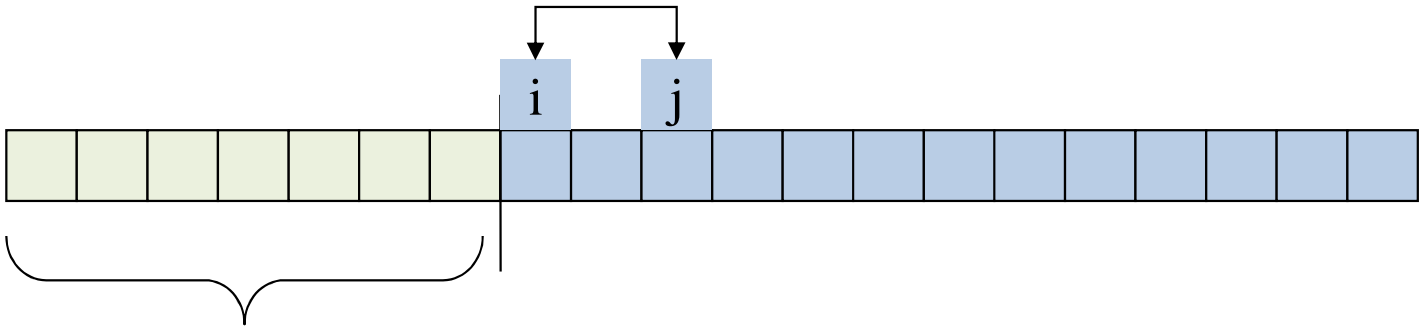
Arrays: Internes Sortieren

- Internes Sortieren bringt die Elemente einer Folge in die richtige Ordnung
- Viele Alternativen bzgl. Sortieren sind entwickelt worden
- Das einfache interne Sortieren (wie hier vorgestellt) hat **geringen** Speicherplatzbedarf aber **hohe** Laufzeit
- Verfahren:
  - Vertausche Elemente der Folge solange, bis sie in der richtigen Reihenfolge sind
- Hier wird als Speicherungsstruktur ein Array benutzt

Nun die eigentliche Sortierung

Die Idee:

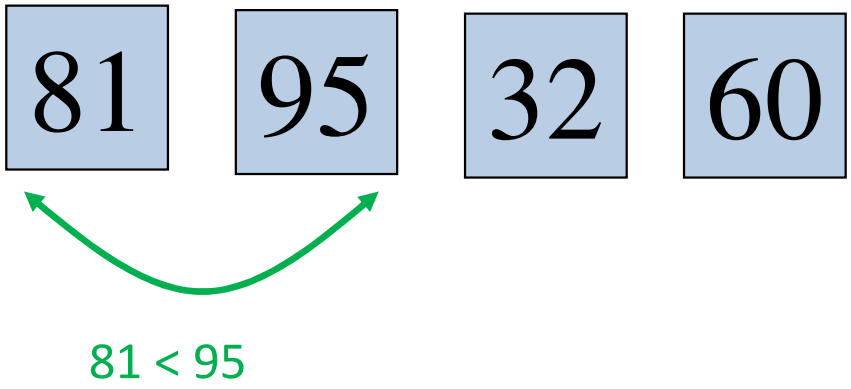
- Ausgangspunkt: Element an der Stelle i hat den richtigen Platz
  - alles vor der Stelle i ist bereits sortiert
- dann sollte eigentlich für alle Elemente an den Stellen ab i gelten, das die Elemente größer sind
- Wenn diese Bedingung nicht gilt: vertausche die Elemente an den Stellen i und der Fehlerstelle j



Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel

- Ausgangspunkt

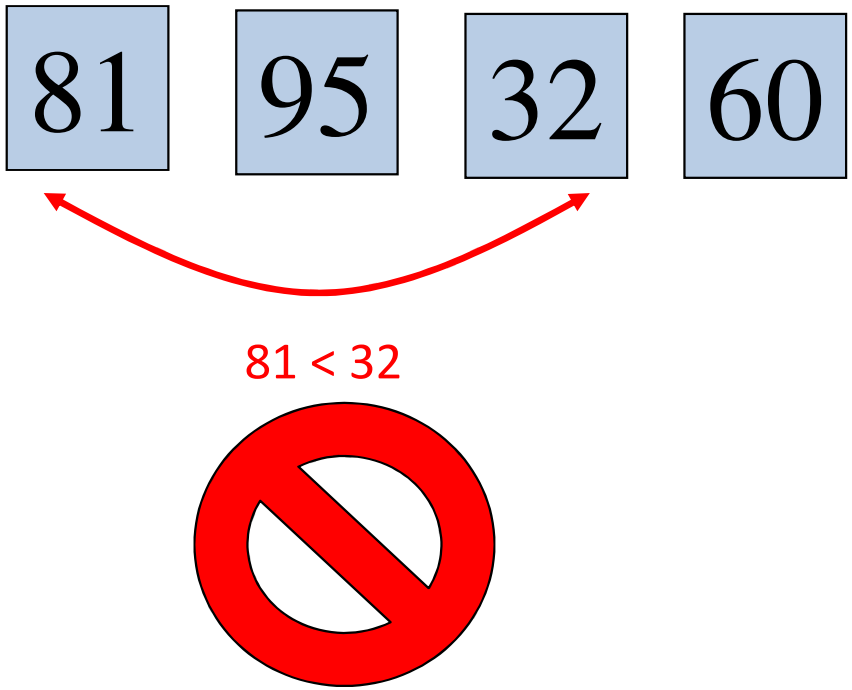


bereits sortiert

In diesem Kapitel:

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel

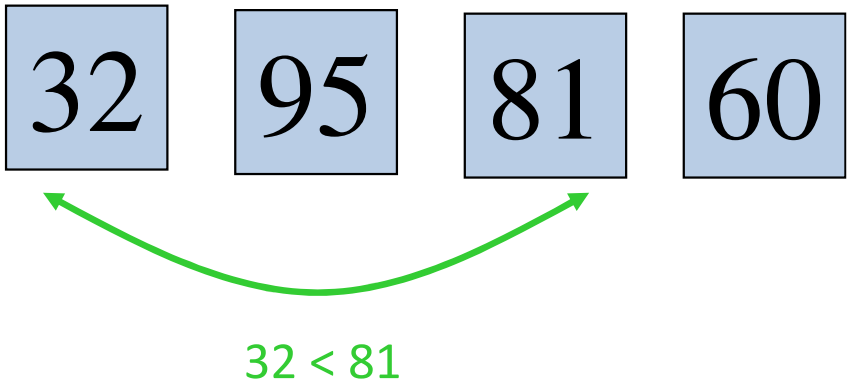


In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

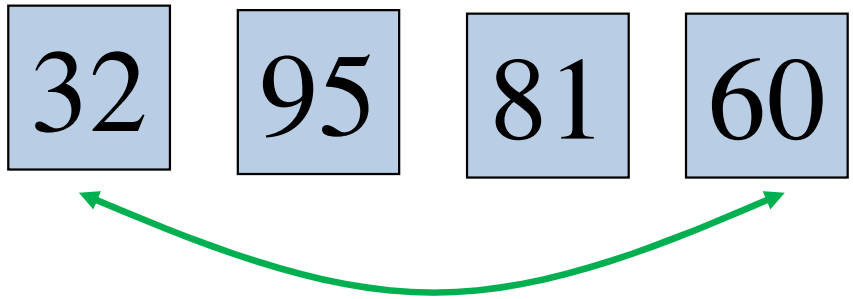
Beispiel



In diesem Kapitel:

Nun die eigentliche Sortierung

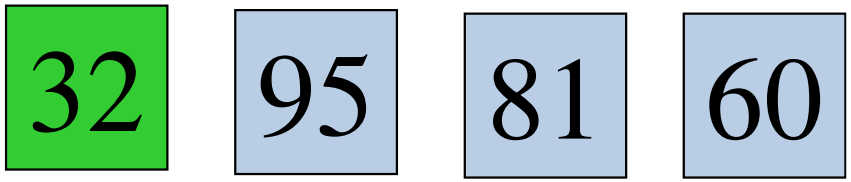
Beispiel



In diesem Kapitel:

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel

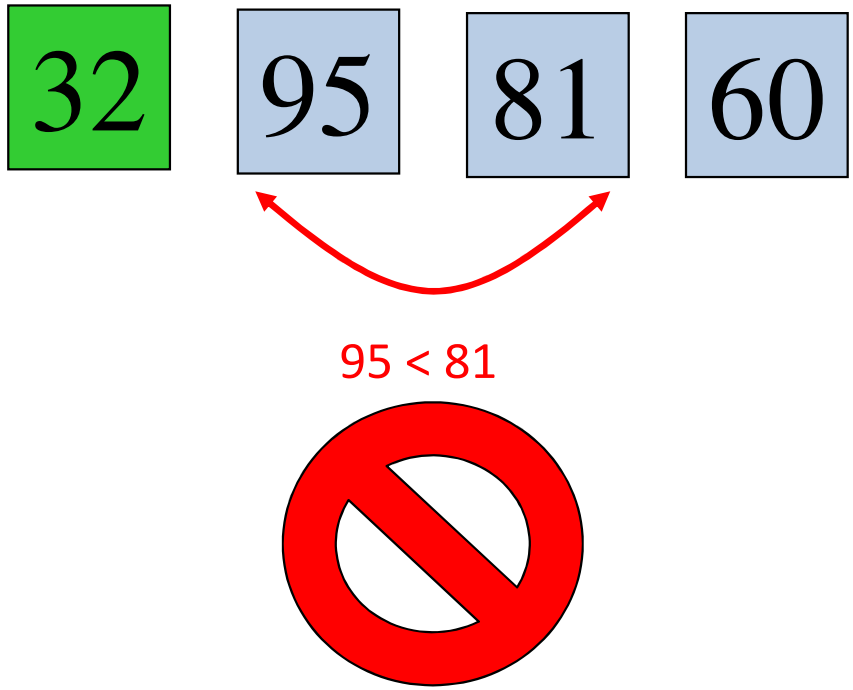


In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung

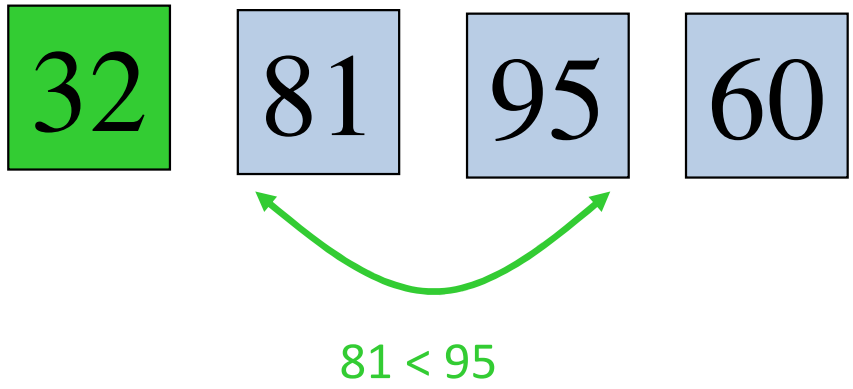
Beispiel



In diesem Kapitel:

Nun die eigentliche Sortierung

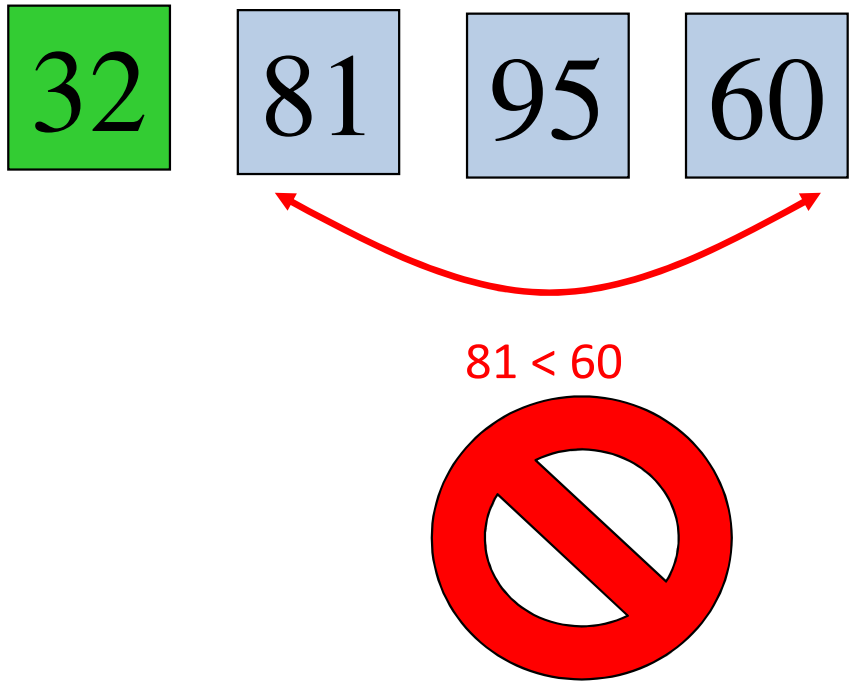
Beispiel



In diesem Kapitel:

Nun die eigentliche Sortierung

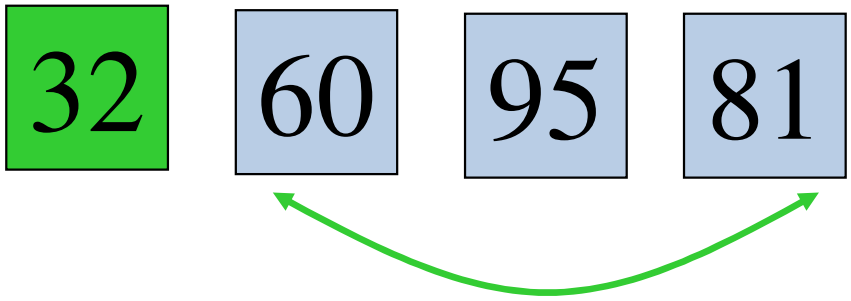
Beispiel



In diesem Kapitel:

Nun die eigentliche Sortierung

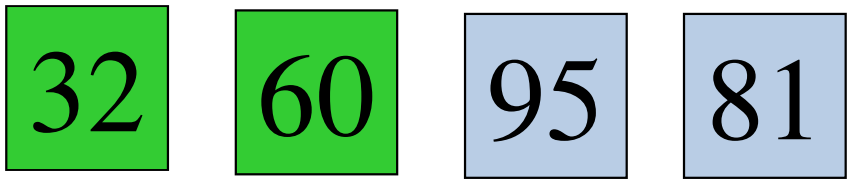
Beispiel



In diesem Kapitel:

Nun die eigentliche Sortierung

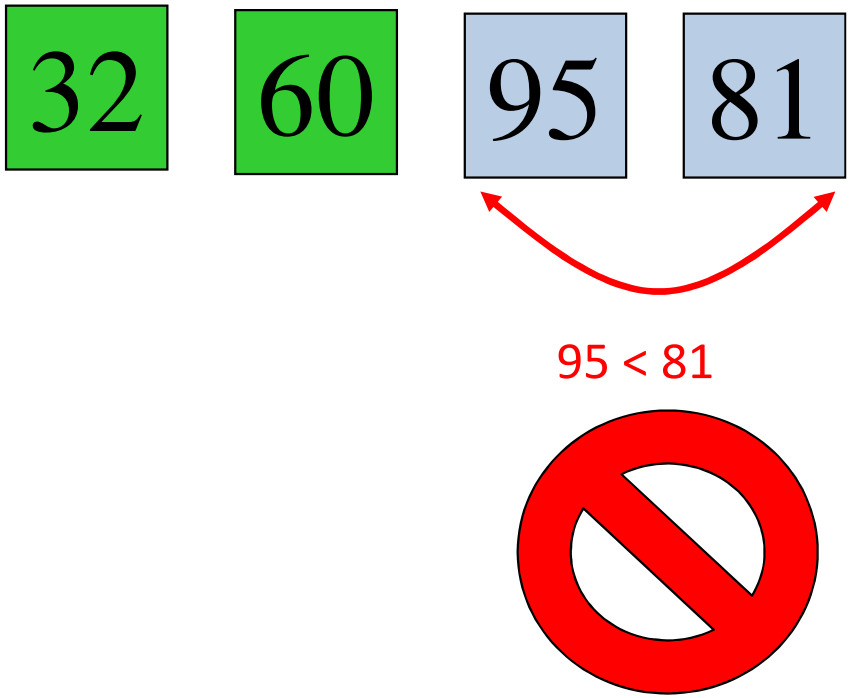
Beispiel



In diesem Kapitel:

Nun die eigentliche Sortierung

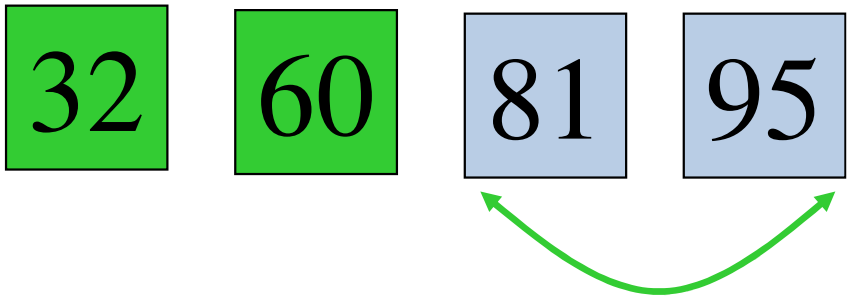
Beispiel



In diesem Kapitel:

Nun die eigentliche Sortierung

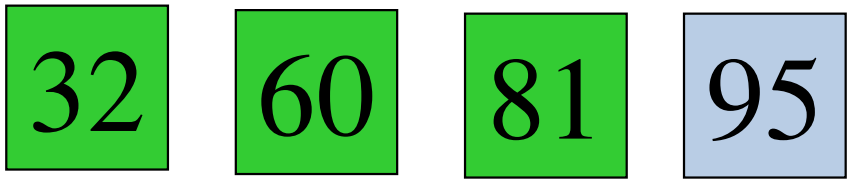
Beispiel



In diesem Kapitel:

Nun die eigentliche Sortierung

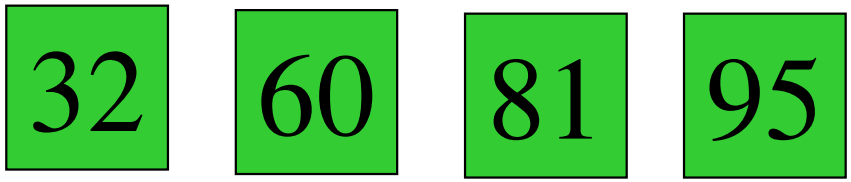
Beispiel



In diesem Kapitel:

Nun die eigentliche Sortierung

Beispiel



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Zunächst das Einlesen der Werte

```
int n = scanner.nextInt();
int[] a = new int[n];

// Lies Elemente ein

for (int i = 0; i < n; i++) {
     a[i] = scanner.nextInt();

}
```


In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Nun die eigentliche Sortierung ...

Diese Schritte müssen für alle Elemente im Array erledigt werden

```
for (int i = 0; i < n - 1; i++) {

    // Prüfe, ob a[i] Nachfolger hat,
    // die kleiner als a[i] sind:
    for (int j = i + 1; j < n; j++) {

        if (a [i] > a [j]) { // Ist ein Nachfolger kleiner?

            // Vertausche a[i] mit a[j]:
            // Ringtausch mit Hilfsvariable z
            int z = a [i];
            a [i] = a [j];
            a [j] = z;
        }
    }
}
```

Ausgabe

Zum Schluss wird alles noch ausgegeben

```
// Gib sortierte Elemente aus

System.out.println ("Sortierte Elemente:");
for (int i = 0; i < n; i++) {
    System.out.print (a [i] + ", ");
}
```


In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive Datenstrukturen

Der Ablauf noch einmal tabellarisch

i	j	a[0]	a[1]	a[2]	a[3]
0	1	81	95	32	60
0	2	81	95	32	60
		32	95	81	60
0	3	32	95	81	60
1	2	32	95	81	60
		32	81	95	60
1	3	32	81	95	60
		32	60	95	81
2	3	32	60	95	81
		32	**60**	**81**	**95**

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- **Sortieren**
- Rekursive Datenstrukturen

Gesamtes Programm

```
01 import java.util.Scanner;
02
03 public class A533 {
05     public static void main(String[] args) {
06         Scanner scanner = new Scanner(System.in);
07
08         int n = scanner.nextInt();
09         int[] a = new int[n];
10
11         for (int i = 0; i < n; i++) {
12             a[i] = scanner.nextInt();
13         }
14
15         for (int i = 0; i < n - 1; i++) {
16             for (int j = i + 1; j < n; j++) {
17                 if (a [i] > a [j]) {
18                     int z = a [i];
19                     a [i] = a [j];
20                     a [j] = z;
21                 }
22             }
23         }
24
25         System.out.println ("Sortierte Elemente:");
26         for (int i = 0; i < n; i++) {
27             System.out.print (a [i] + ", ");
28         }
29     }
30 }
```

Alternativen?

- Könnte man die Algorithmus Idee auch anders formulieren?
  - finde Minimum x der aktuellen Menge
  - positioniere x an den Anfang
  - sortiere Restmenge nach Entfernen von x
- Rekursive Formulierung ?
- Weitere Fragen:
  - Terminierung
  - Korrektheit
  - Aufwand, Effizienz

Bemerkungen zum Aufwand

- Der Aufwand wird nach Anzahl der Ausführungen von Elementaroperationen betrachtet
- Im wesentlichen sind das beim Sortieren Vergleiche und Zuweisungen
- Meist begnügt man sich mit einer vergröbernden Abschätzung
  - sogenannte O-Notation
- Diese Abschätzung wird in der Regel von der Größe des Problems bestimmt: hier die Anzahl der zu sortierenden Elemente

Bemerkungen zum Aufwand

- Obiges Sortierverfahren:
  - zwei geschachtelte FOR-Schleifen,
  - die beide über das gesamte (Rest)Array der Größe n laufen
  - Daher ist der Aufwand in der Größenordnung von n^2

Bemerkungen zum Aufwand

- Es stellt sich die folgende Frage:
  - Ist es möglich schnellere Algorithmen zu entwerfen, indem man die **Ermittlung des Maximums** beschleunigt?

- Antwort
  - **nein**!
  - Jeder Algorithmus, der mit Vergleichen zwischen Werten arbeitet, benötigt mindestens n − 1 Vergleiche um das Maximum von n Werten zu finden.

- Beschleunigung also nicht im Auffinden des Maximums möglich …

Sortieren

Sortieren: Standardproblem der Informatik

- Einfach zu verstehende Aufgabenstellung
- Tritt regelmäßig auf
- Grundproblem: internes Sortieren
  - Zu sortierende Menge liegt unsortiert im Speicher vor, abhängig von der Datenstruktur zur Mengendarstellung kann (im Prinzip) auf jedes Element zugegriffen werden
  - Es existieren viele Algorithmen, die nach Algorithmusidee, nach Speicherplatz und Laufzeit (Berechnungsaufwand) unterschieden werden
  - Wir brauchen noch ein formales Gerüst, um Speicherplatz und Berechnungsaufwand zu charakterisieren !

Sortieren

Sortieren: Standardproblem der Informatik

- Varianten:
  - Externes Sortieren: Daten liegen auf externem Speichermedium mit (sequentiellem) Zugriff
  - Einfügen in sortierte Menge
  - Verschmelzen von sortierten Mengen
  - ...
- Im Folgenden: Effiziente Alternative zum letzten (naiven) Algorithmus: Heapsort
- Verwendung rekursiver Datenstrukturen für rekursive Algorithmen

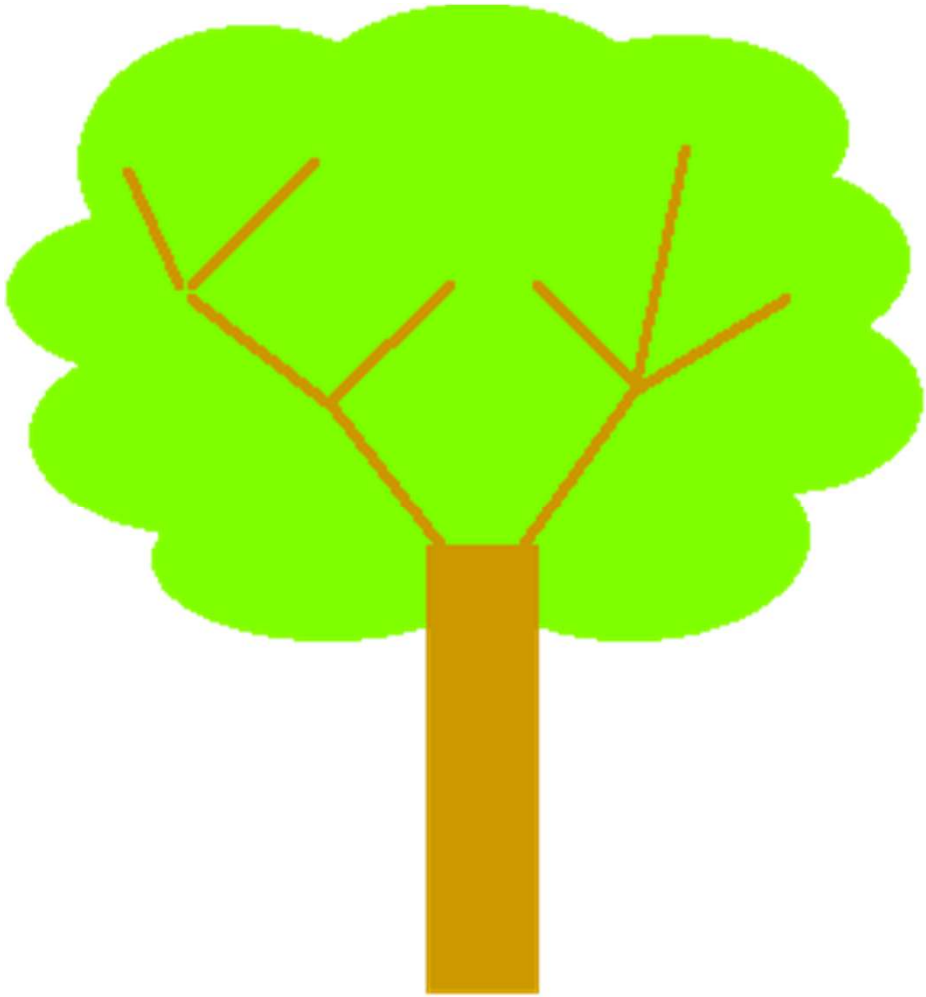
Rekursive Datenstrukturen

Rekursion ist nicht nur ein wichtiges Hilfsmittel für die Formulierung von Algorithmen, sondern auch für die Formulierung von **Datenstrukturen**.

- Beispiele
  - Eine **Liste** ist ein Einzelelement, gefolgt von einer Liste, oder die leere Liste.
  - Eine **Menge** ist leer oder eine 1-elementige Menge vereinigt mit einer Menge.
  - Oder **Bäume** (dazu im folgenden mehr).

Idee vom Baum

Künstlerisch

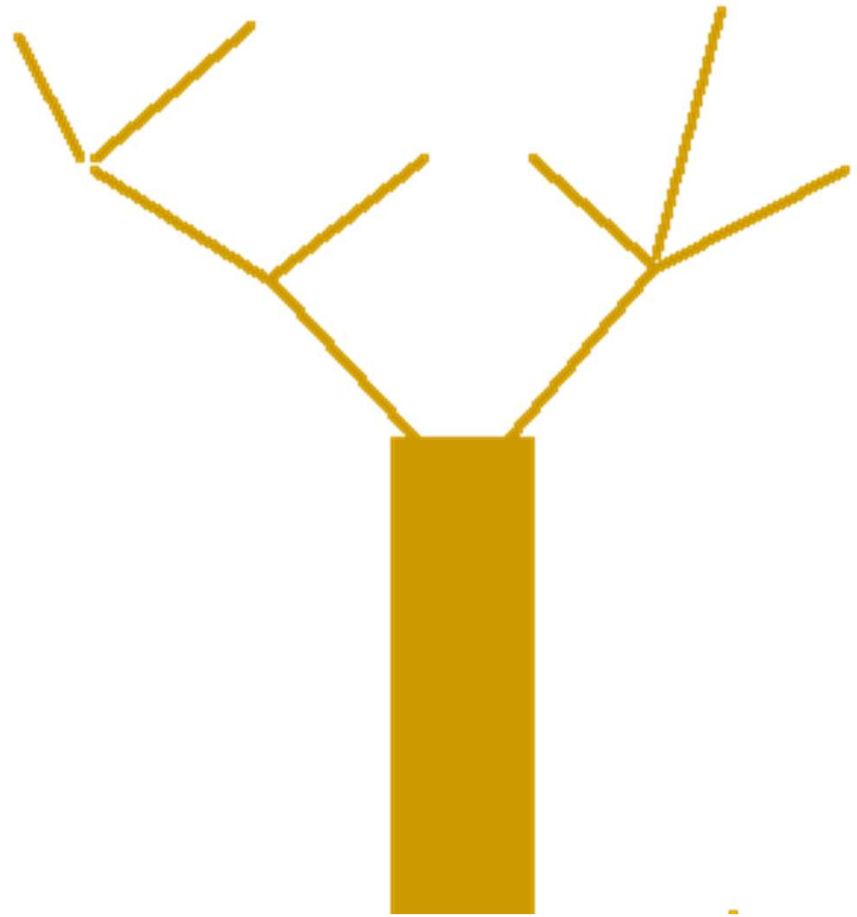


In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

Idee vom Baum

Abstrahiert 1



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

Idee vom Baum

Abstrahiert 2

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

Idee vom Baum

Die Informatiksicht

In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

Binärer Baum

Definition: Binärer Baum

1. Der "leere" Baum $\varnothing$ ist ein binärer Baum mit der Knotenmenge $\varnothing$.

2. Seien B_i binäre Bäume mit den Knotenmengen K_i, $i = 1,2$. Dann ist auch $B = (w, B_1, B_2)$ ein binärer Baum mit der Knotenmenge

$$K = \{w\} \cup^* K_1 \cup^* K_2.$$

($\cup^*$ bezeichnet disjunkte Vereinigung.)

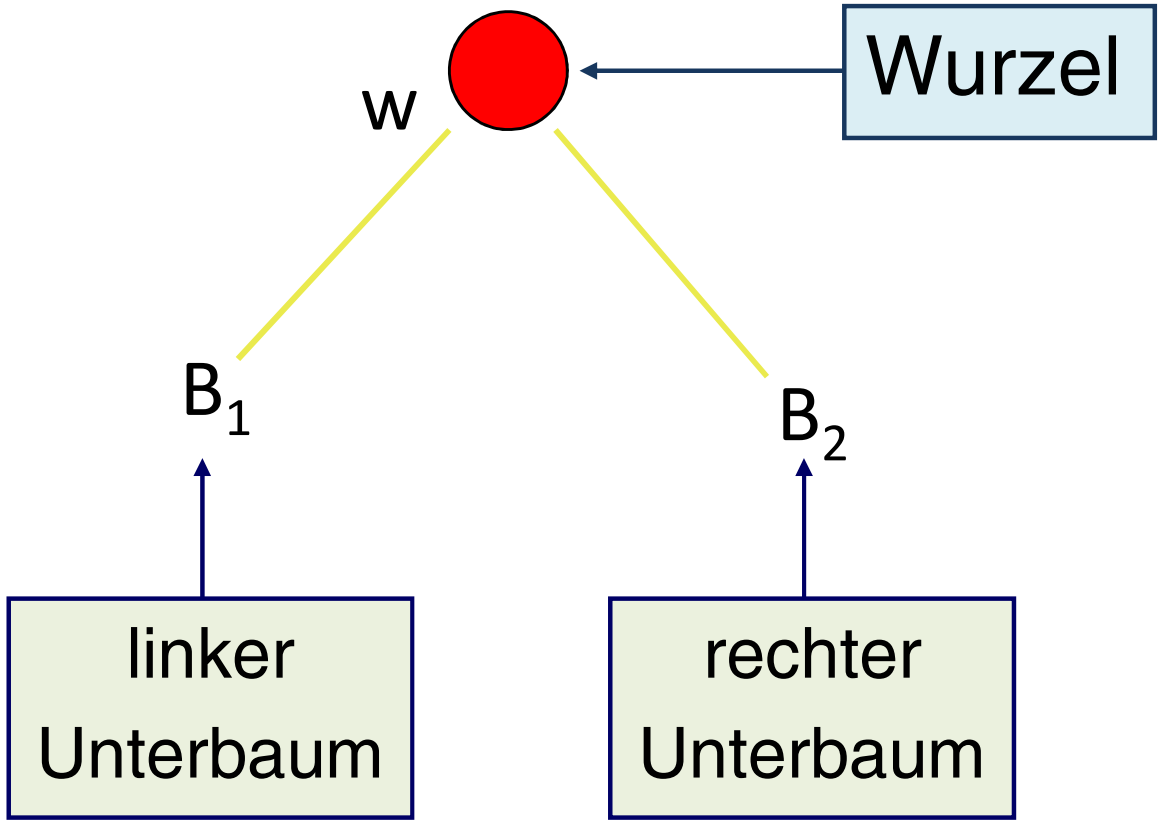
3. Jeder binäre Baum B lässt sich durch endlich häufige Anwendung von 1.) oder 2.) erhalten.

Binärer Baum

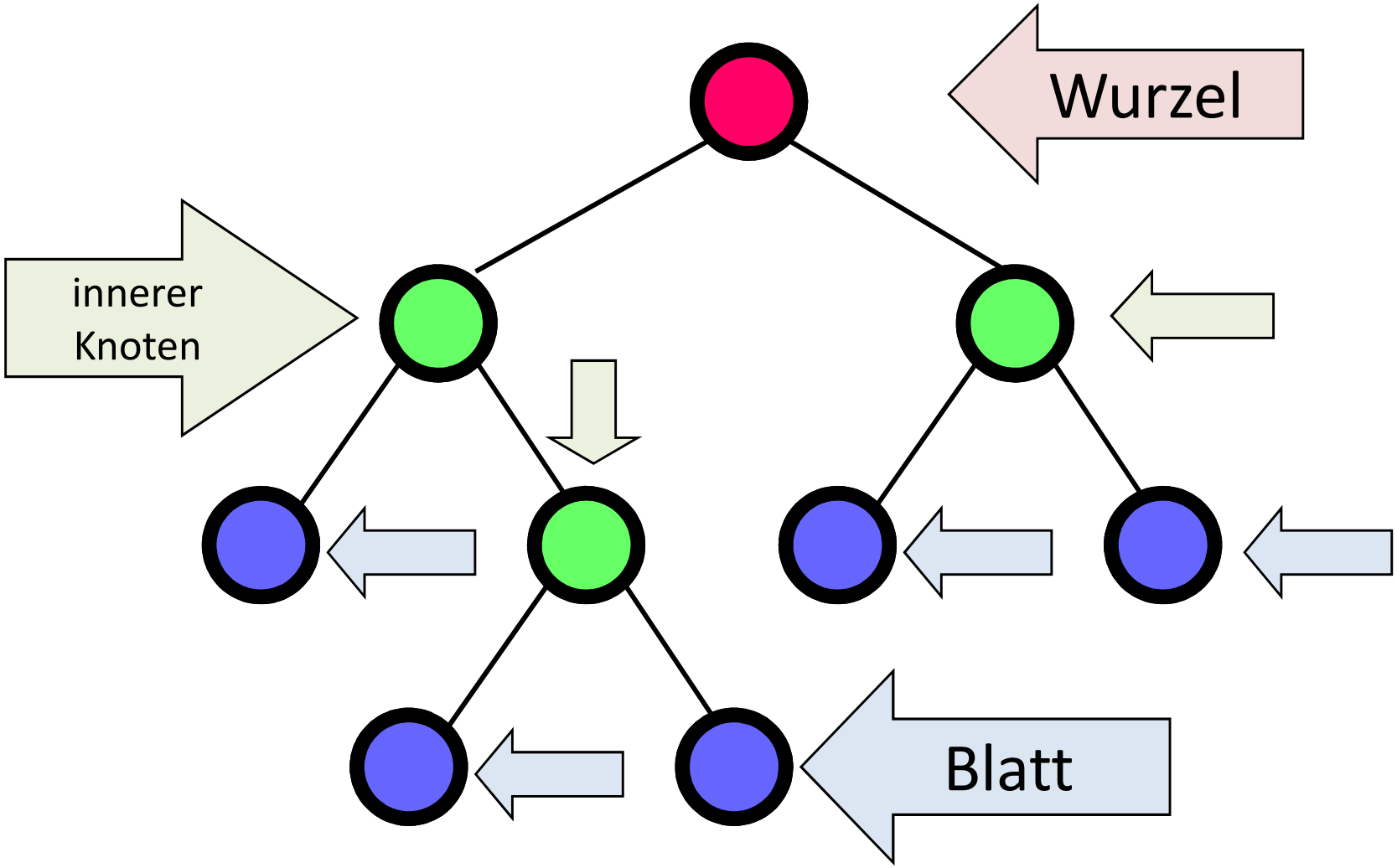
Sprech-/Darstellungsweisen (im Falle 2.)):

Sei B = (w, B_1, B_2) binärer Baum

w heißt Wurzel, B_1 linker und B_2 rechter Unterbaum.



Terminologie *Binäre Bäume*



In diesem Kapitel:

- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- **Rekursive Datenstrukturen**

Knotenmarkierter binärer Baum

- **Definition**: Sei M eine Menge.

  (B, *km*) ist ein **knotenmarkierter** binärer **Baum**

  (mit Markierungen aus M)

  :⇔

  1. B ist binärer Baum (mit Knotenmenge K = K(B))
  2. *km*: K --> M Abbildung.

     (Markierung/Beschriftung der Knoten k ∈ K mit Elementen m ∈ M)

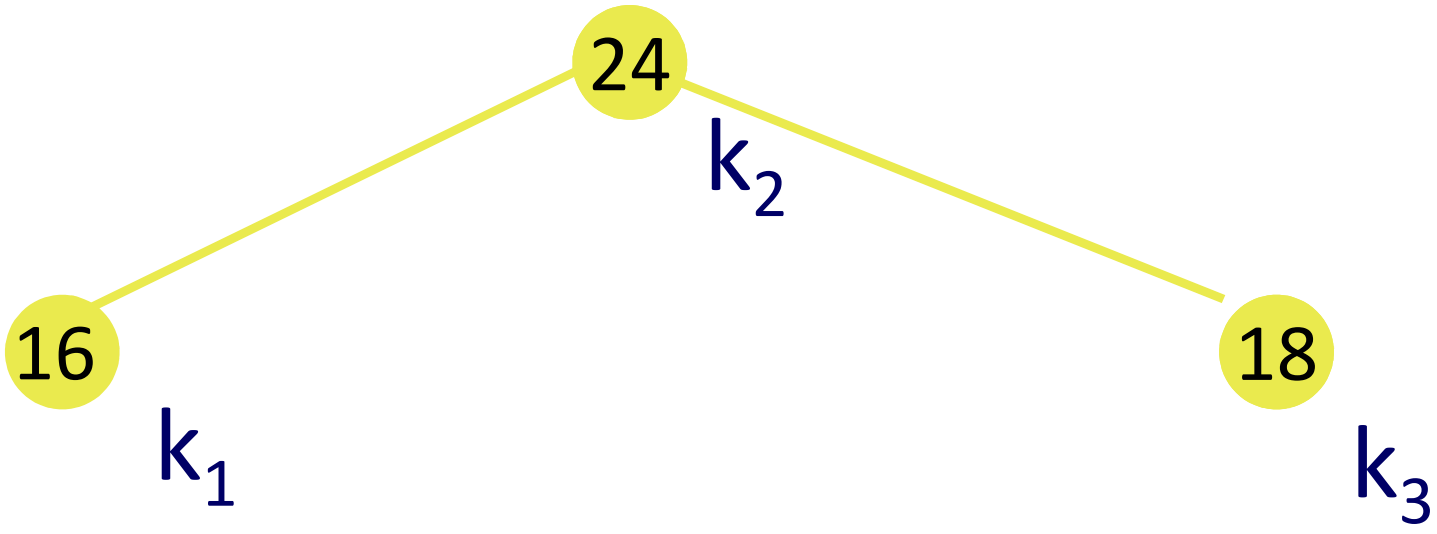
Jedem Knoten wird ein Element aus der Menge M zugeordnet.

Alternative: Markierung von Kanten.

Knotenmarkierter binärer Baum

Beispiel

- M := $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}$:= Menge der ganzen Zahlen
- Damit existiert auf M eine Ordnung!
- "Übliche" Darstellung der Knotenbeschriftung km durch "Anschreiben" der Beschriftung an/in die Knoten.



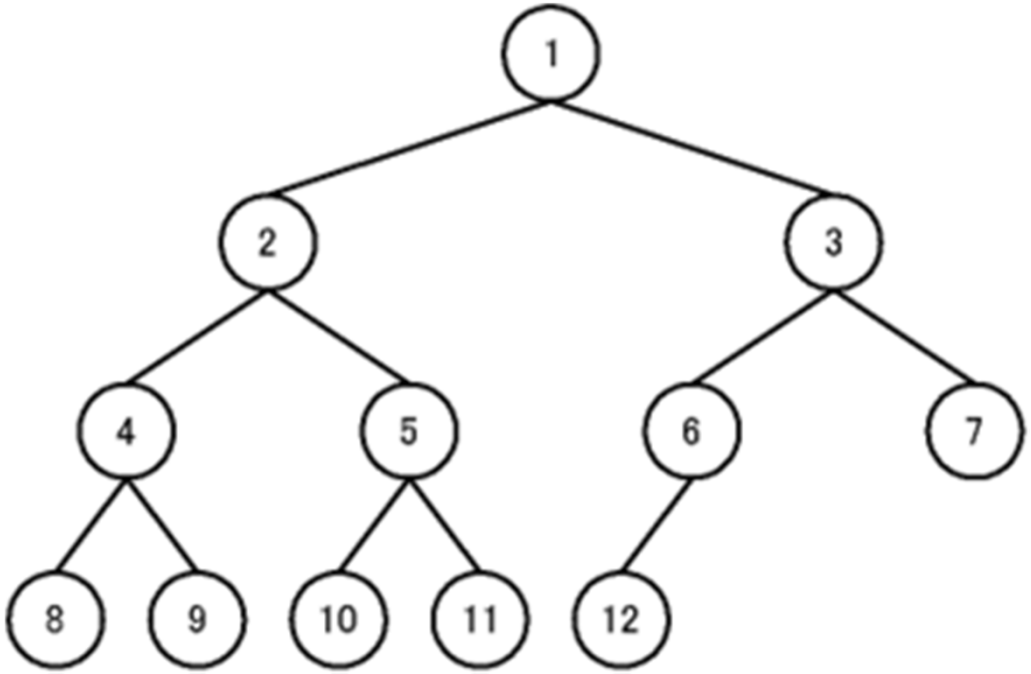
Definition Heap

- Ein **Heap** (Haufen) ist ein knotenmarkierter binärer Baum, für den gilt:
  - Die Markierungsmenge ist geordnet.
  - Der binäre Baum ist links-vollständig.
  - Die Knotenmarkierung der Wurzel ist kleiner oder gleich der Markierung des linken resp. rechten Sohnes (, sofern vorhanden).
  - Die Unterbäume der Wurzel sind Heaps.

- An der Wurzel steht das kleinste (eines der kleinsten) Element(e).

Beispiel: Heap

- Binärbaum
- Alle Ebene, bis auf letzte vollständig gefüllt
- Links-vollständig gefüllt
- Knotenmarkierung der Wurzel kleiner als die der Kinder



Übersicht

Begriffe

- Spezifikationen, Algorithmen, formale Sprachen, Grammatik
- Programmiersprachenkonzepte
- Grundlagen der Programmierung

- Algorithmen und Datenstrukturen
  - Felder
  - Sortieren
  - Rekursive Datenstrukturen (Baum, binärer Baum, Heap)
  - Heapsort

- Objektorientierung
  - Einführung
  - Vererbung
  - Anwendung

In diesem Kapitel:
- Prolog
- Arrays
- Sortieren
- Rekursive Datenstrukturen

Übersicht

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Nächste Termine

- Nächste Vorlesung – WiMa 15.12.2016, 08:15
- Nächste Vorlesung – LogWIng 16.12.2016, 08:15