LMSE

Logische Methoden des Software Engineerings

Prof. Dr. Jakob Rehof

Lehrstuhl XIV, Software Engineering

Fundamentale Modelle

1930‘er

Rekursive Funktionen (Gödel)	Turing Maschine (Turing)	Lambda Kalkül (Church)

Fundamentale Modelle

1936-37

Äquivalenz der Modelle

- Kleene-Rosser (1936): alle rekursive Funktionen sind im Lambda-Kalkül repräsentierbar
- Turing (1937): Genau die Funktionen, die mit einer Turing-Maschine berechenbar sind, sind im Lambda-Kalkül repräsentierbar

1930‘er

Rekursive Funktionen (Gödel)	Turing-Maschine (Turing)	Lambda-Kalkül (Church)

Fundamentale Modelle des Rechnens

1936-37

Äquivalenz der Modelle

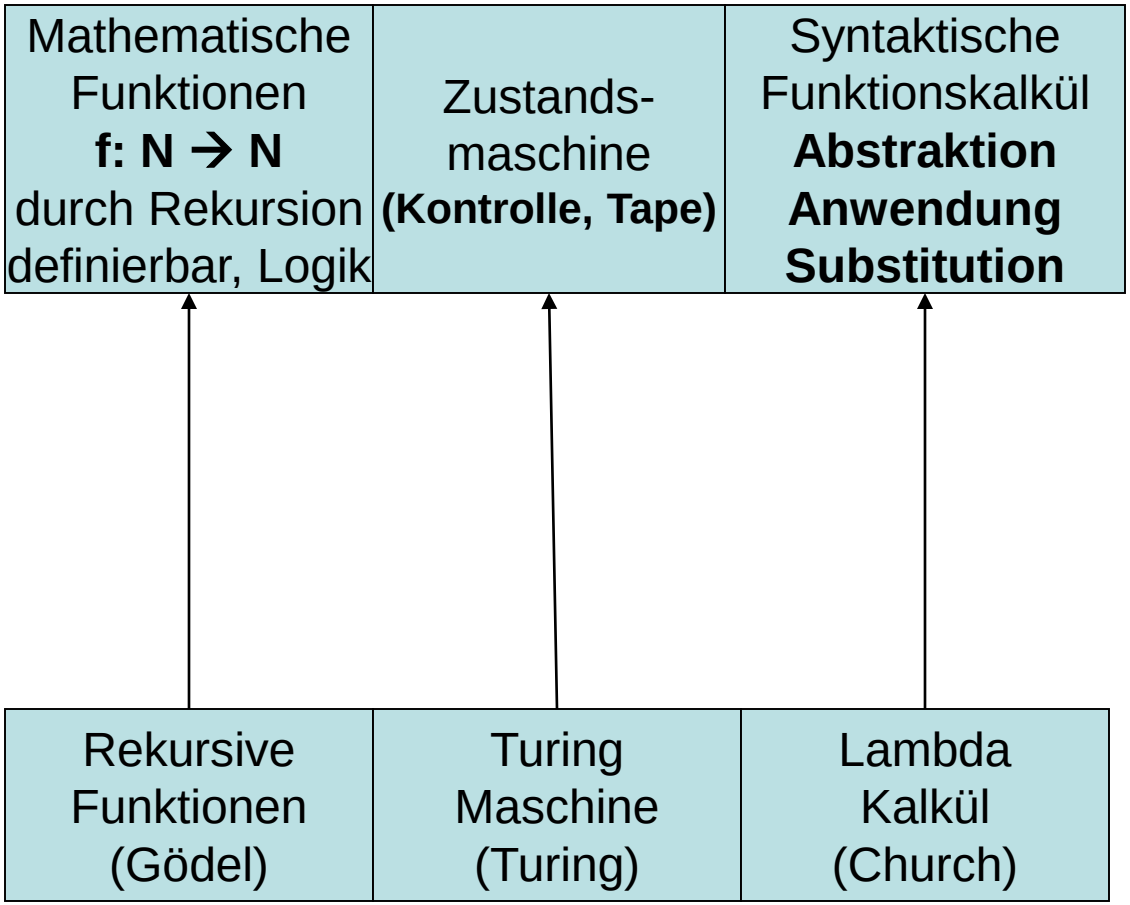
- Kleene-Rosser (1936): alle rekursive Funktionen sind im Lambda-Kalkül repräsentierbar
- Turing (1937): Genau die Funktionen, die mit einer Turing-Maschine berechenbar sind, sind im Lambda-Kalkül repräsentierbar

Turing-Vollständigkeit
Church-Turing Thesis

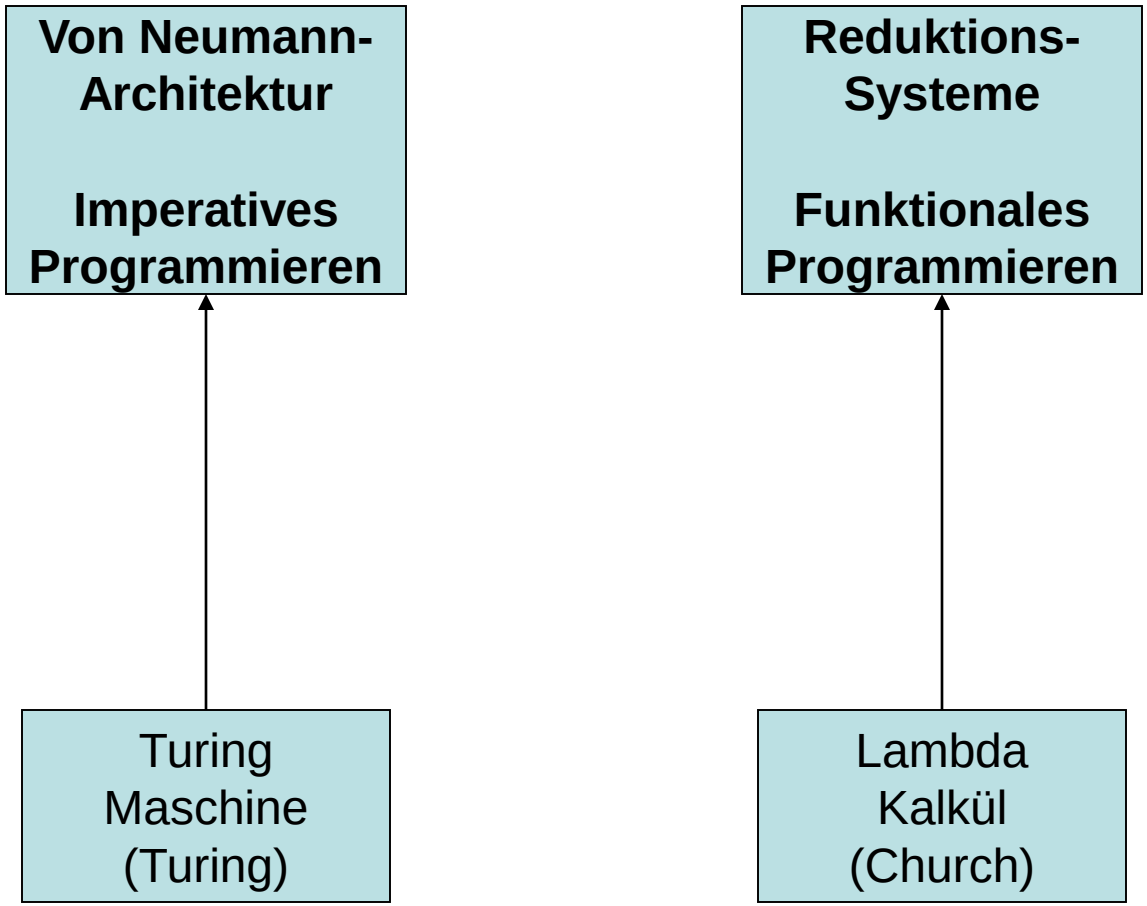
1930‘er

Rekursive Funktionen (Gödel)	Turing-Maschine (Turing)	Lambda-Kalkül (Church)

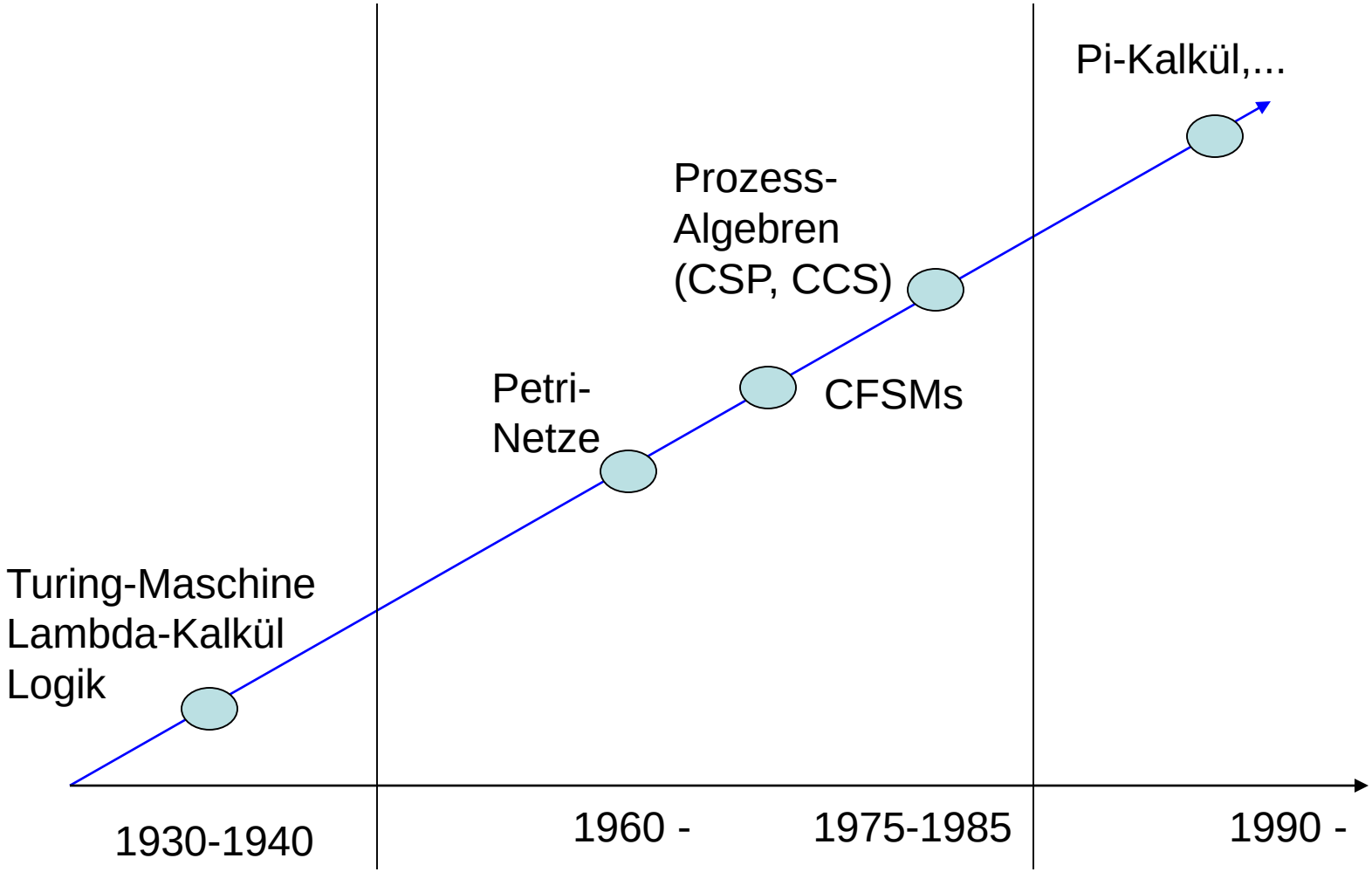
Fundamentale Begriffe (Reduktionen)



Fundamentale Architekturen



Fundamentale Modelle

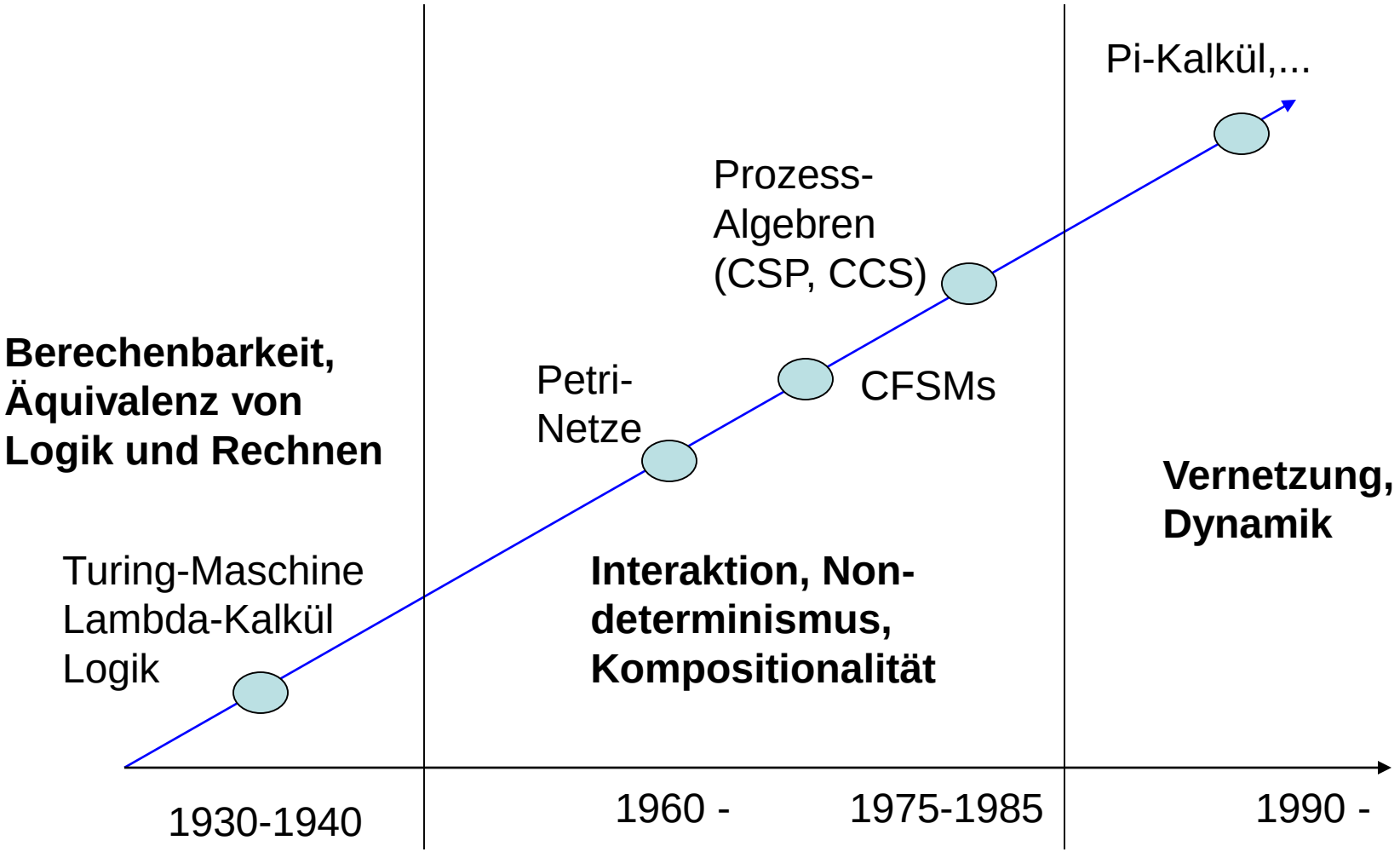


Sequentielle Modelle

Nebenläufige Modelle, Kommunikation

Distribution, Internetz

Fundamentale Erkenntnisse



Lambda-Kalkül

- Definition von Funktions**ausdrücken (Abstraktion)**

$$\lambda x.\ M$$

- **Anwendung** von Funktion auf Argument

$$(F\ A)$$

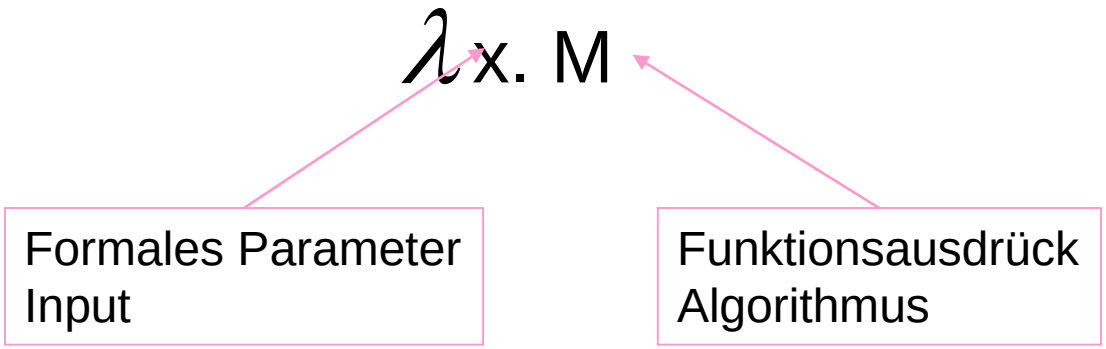
- **Rechenvorschrift** für Anwendungen

Notationssystem

λ x. M : Notationssystem für
anonyme Funktionsdefinitionen, sowie
„x $\longmapsto$ M(x)“

Notationssystem

λx. M : Notationssystem für
anonyme Funktionsdefinitionen, sowie
„x $\longmapsto$ M(x)“



Lambda Kalkül

- Syntaktische Funktionen
- Reiner vs Typorientierter Lambda-Kalkül
- Typentheorie
- Konstruktive Logik
- Funktionales Programmieren
- CPS-Transformation
- …
- LSXIV: Kompositionssynthese

Lambda-Kalkül (rein, ohne Typen)

- Rein (pure): keine Funktionsprimitiven
  - d.h., alles muss definiert/kodiert werden
- Ohne Typen (type-free): alle Kombinationen von Funktionen und Argumenten sind erlaubt
  - unbegrentzte Selbstanwendungen (F F)

Getyptes Lambda-Kalkül (Simple typed lambda calculus)

$\boxed{\lambda\!\!\rightarrow}$

$$\frac{}{\Gamma, x : \tau \vdash x : \tau}$$

$$\frac{\Gamma, x : \sigma \vdash M : \tau}{\Gamma \vdash \lambda x.M : \sigma \rightarrow \tau}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : \sigma \rightarrow \tau \quad \Gamma \vdash N : \sigma}{\Gamma \vdash M\ N : \tau}$$

Konstruktive (intuitionistische) Aussagenlogik

$$\Gamma, \varphi \vdash \varphi \ (\mathrm{Ax})$$

$$\frac{\Gamma \vdash \varphi \quad \Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \varphi \wedge \psi} \ (\wedge \mathrm{I}) \qquad \frac{\Gamma \vdash \varphi \wedge \psi}{\Gamma \vdash \varphi} (\wedge \mathrm{E}) \frac{\Gamma \vdash \varphi \wedge \psi}{\Gamma \vdash \psi}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \varphi}{\Gamma \vdash \varphi \vee \psi} \ (\vee \mathrm{I}) \quad \frac{\Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \varphi \vee \psi} \qquad \frac{\Gamma, \varphi \vdash \rho \quad \Gamma, \psi \vdash \rho \quad \Gamma \vdash \varphi \vee \psi}{\Gamma \vdash \rho} \ (\vee \mathrm{E})$$

$$\frac{\Gamma, \varphi \vdash \psi}{\Gamma \vdash \varphi \to \psi} \ (\to \mathrm{I}) \qquad \frac{\Gamma \vdash \varphi \to \psi \quad \Gamma \vdash \varphi}{\Gamma \vdash \psi} (\to \mathrm{E})$$

$$\frac{\Gamma \vdash \bot}{\Gamma \vdash \varphi} \ (\bot \mathrm{E})$$

Curry-Howard Isomorphismus

$\lambda\!\rightarrow$	$\mathrm{IPC}(\rightarrow)$
term variable	assumption
term	construction (proof)
type variable	propositional variable
type	formula
type constructor	connective
inhabitation	provability
typable term	construction for a proposition
redex	construction representing proof tree with redundancy
reduction	normalization
value	normal construction