Jan Bessai

Übungen zur Vorlesung

Komponenten- und Service-orientiere Softwarekonstruktion

Sommersemester 2017

Übungsblatt Nr. 2

Abgabetermin: 10.5.2017 (in der Übung, vorher per Mail oder in der Vorlesung)

Aufgaben(teile) mit der Markierung $\boxed{\star}$ sind Zusatzaufgaben.
Gemeinsame Abgaben von Gruppen bis zu 3 Personen sind möglich. 3.5.2017 (**UPDATE**)

Aufgabe 1 (Substitutionslemma) (5 Punkte)
Beweisen Sie Lemma 5 aus den Folien zur Vorlesung 2:
Angenommen $x \not\equiv y$ und $x \notin FV(P)$, dann gilt:

$$M[x := N][y := P] \equiv M[y := P][x := N[y := P]].$$

Aufgabe 2 (Fixpunkt Kombinatoren) (5 Punkte)
Zeigen Sie für alle Terme F, dass

1. $\mathbf{Y}F =_\beta F(\mathbf{Y}F)$ und
2. $\Theta F \twoheadrightarrow_\beta F(\Theta F)$ gilt.

Die Definition der Fixpunkt Kombinatoren lauten:

- $\mathbf{Y} \equiv \lambda f.(\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx))$
- $\Theta \equiv (\lambda x.\lambda y.(y(xxy)))(\lambda x.\lambda y.(y(xxy)))$.

Aufgabe 3 (Eindeutigkeit von Normalformen) (5 Punkte) $\boxed{\star}$
Gegeben sei das Church-Rosser Theorem:
Für alle $M, P_1, P_2 \in \Lambda$, wenn $M \twoheadrightarrow_\beta P_1$ und $M \twoheadrightarrow_\beta P_2$, dann existiert ein $Q \in \Lambda$, sodass $P_1 \twoheadrightarrow_\beta Q$ und $P_2 \twoheadrightarrow_\beta Q$.

Zeigen Sie, dass Normalformen eindeutig sind, wenn sie existieren. Es soll also gelten: Wenn $N_1, N_2 \in \Lambda$ Normalformen sind, sodass $M \twoheadrightarrow_\beta N_1$ und $M \twoheadrightarrow_\beta N_2$, dann $N_1 \equiv N_2$. Alle $P, Q \in \Lambda$ mit $P =_\beta Q$ haben die selbe Normalform, sofern diese existiert.